

# Beitrag zur Kenntnis der Bohrfestigkeit der Gesteine.

Von August Rosiwal, Assistent der Lehrkanzel für Mineralogie und Geologie an der k. k. technischen Hochschule in Wien.

Herr Professor Dr. Franz Toula beauftragte mich vor Kurzem mit der Durchführung von Versuchen über den Grad der Widerstandsfähigkeit mehrerer Sorten anscheinend ganz äquivalenter Pflastersteine gegen verschiedene Beanspruchungsarten, um die Qualitätsunterschiede der in Rede stehenden Probewürfel ermitteln und ziffermässig zum Ausdrucke bringen zu können.

Da die Bestimmung der Zerdrückungsfestigkeit\*) allein im gegebenen Falle — es lagen überaus zähe Gneisgranite vor — zur Entscheidung über das größere oder geringere Maß ihrer Eignung zu Pflasterungszwecken nicht ausreichend war, so wurde von Herrn Professor Toula die Vornahme zunächst von Bohr- und Schlagversuchen veranlasst, um durch diese in Anbetracht der Bestimmung des Materials zutreffendere Inanspruchnahme den Grad der Zähigkeit desselben festzustellen.

Die mir gestellte Aufgabe war sehr einfacher Natur: Zur Entscheidung bezüglich der qualitätsmäßigen Rangordnung der vorhandenen 6 Gesteinssorten bedurfte es nur der Anwendung einer gleichen Anzahl (z. B. 500) vollkommen gleichmässig ausgeführter Schläge auf jeden der vorher sorgfältig abgewogenen Steinwürfel von (9—10 cm Kantenlänge), die bei den Bohrversuchen mittels des aus freier Hand geführten Fäustels auf den Bohrmeißel, bei den Schlagversuchen jedoch mittels eines frei, stets aus gleicher Höhe herabfallenden Spitzhammers auf eine der Würfel-flächen geführt wurden. Der sich hierbei ergebende, aus einer zweiten Wägung resultirende Substanzverlust gibt ein relatives Maß für die Festigkeit des betreffenden Materials.

Damit wäre die praktische Seite des vorliegenden Falles nach der angestrebten Richtung hin erledigt gewesen. Angeregt durch die Vorträge meines hochverehrten Lehrers, des Herrn Professors Franz v. Ržiha, welcher in seinen Vorlesungen an der Wiener technischen Hochschule zum erstenmale eine umfassende Theorie der Gewinnungsarbeit gab, sowie durch seine Abhandlung in dieser Zeitschrift „Ueber die Bohrfestigkeit der Gesteine“\*\*) entstand in mir jedoch die Frage: ob es nicht möglich sei, aus diesen im Laboratorium durchzuführenden Versuchen an kleinkalibrigen Bohrlöchern einen berechtigten wissenschaftlichen Schluss zu ziehen auf ein absolutes Festigkeitsmass und zwar auf jene Bohrfestigkeit („Zahl der *mkg* Arbeit pro 1 *cm*<sup>3</sup> Bohrloch“), wie sie Professor v. Ržiha zuerst aufgestellt und auf Grund zahlreicher der Praxis entnommener Versuche in der erwähnten Ab-

handlung für die verschiedenen Gesteinskategorien bezeichnet hat.

Zu diesem Zwecke musste auf die möglichst genaue Ermittlung der beim Bohren geleisteten mechanischen Arbeit, den wunden Punkt der meisten Berechnungen, das größte Gewicht gelegt und auf die Messung des erzielten Effectes bei den kleinen Dimensionen des Bohrlochs ganz besondere Sorgfalt verwendet werden: es galt die thünlichste Genauigkeit der Beobachtung an die Stelle groß angelegter Durchschnittsversuche zu setzen, um der Praxis auch in jenen Fällen ein Maß in die Hand zu geben, wo sie der letzteren entbehrt. Dabei wurde folgender Vorgang eingehalten.

## A. Bestimmung der Bohrarbeiten.

(Trockenes Bohren).

Die auf die Bohrlochsohle wirkende mechanische Arbeit des Fäustelschlages bestimmte ich nach der bekannten Formel:

$$a = \frac{Q^2 \cdot v^2}{(Q + q) \cdot 2g} \text{ m/kg,}$$

worin *Q* das Fäustel-, *q* das Meißelgewicht darstellen und *v*, die Endgeschwindigkeit des Fäustels, nach der Methode von Havrez\*) aus

$$v = \frac{2s}{t},$$

dem Wege und der Schlagzeit bestimmt wurde.

Den Weg ließ ich in etwas primitiver, aber ausreichend genauer Weise — es ergaben sich bei halbwegs gelungenen Diagrammen kaum Differenzen von 5 % während derselben „Hitze“, d. h. derselben Reihe ohne Unterbrechung hintereinander geführten Schläge — durch einen bei der Eintrittsstelle des Stieles an den Fäustel befestigten Bleistift auf ein neben den Steinwürfel vertikal aufgestelltes Blatt Karton zeichnen, und ermittelte die Zeit ganz nach der von Havrez angegebenen Art aus

$$t = 0.39 \frac{60}{n},$$

worin *n* die Zahl der Schläge per Minute bedeutet.

Diesbezüglich ist aber zu bemerken, dass die „menschliche Maschine“ selbst bei sehr geübten und mit derselben Arbeit jahrelang beschäftigten Individuen dennoch stark variirt, d. h. daß in unserem Falle die mit beabsichtigter Gleichmäßigkeit geführten Schläge eines erprobten Steinmetzes je nach der bloß um wenige Centimeter verschiedenen Höhenlage des bearbeiteten Steines oder der Länge des verwendeten Meißels sofort andere Schlagkurven „indizirten“. Die während verschiedener (aber an demselben Tage und von demselben Arbeiter ausgeführten) Bohrungen aufgenommenen Diagramme differirten um 5—12 % der Länge

\*) Dieselbe wurde an der Lehrkanzel für technische Mechanik und Maschinenlehre (Professor R. Böck) an der k. k. technischen Hochschule in Wien vorgenommen, und lieferte die in der Tabelle unter der Rubrik „Anmerkung“ angegebenen Werthe.

\*\*) Jahrgang 1888, Heft Nr. 4.

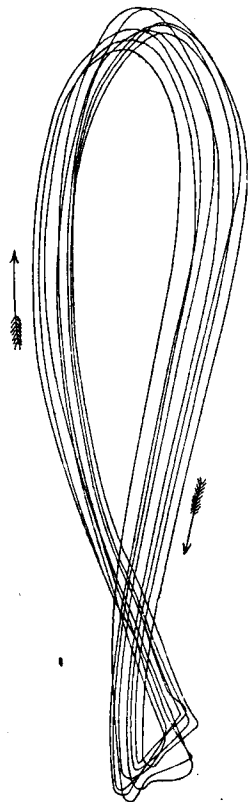
\*) A. o. a. O. 6; „Revue univ. des mines“ 1876, Bd. 39, I. S. 519.

der ganzen Schlagkurve, so daß es bei der im quadratischen Verhältnisse erfolgenden Einwirkung auf den Arbeitswert zur genauen Bestimmung des letzteren nach dieser Methode nöthig ist, thunlichst viele Diagramme zeichnen zu lassen: jedenfalls aber für jedes Bohrloch eines, etwa in der Mitte der ganzen erbohrten Tiefe. Da sich dieses Ergebnis erst im Laufe der Untersuchung herausstellte, so konnten für die Mehrzahl der Bohrlöcher in der folgenden Tabelle nur Mittelwerthe für die Weglänge aus den von Zeit zu Zeit aufgenommenen Diagrammen der Berechnung des angewendeten Arbeitsquantums zugrunde gelegt werden. Die in der Tabelle mit \* bezeichneten Werte sind aus speciell bei der betreffenden Bohrung aufgenommenen Diagrammen ermittelt und daher frei von dem sonst bis 10% betragenden Fehler, welcher aus der wechselnden Größe der pro Schlag entfalteten mechanischen Energie resultirt. Form und Größe einer der aufgenommenen Schlagkurven sind aus nachstehender Figur ersichtlich, welche dieselbe in photographischer Verjüngung wiedergibt. (Fig. 1).

Fig. 1. Schlagcurve, d. i. Weg des Fäustel-Schwerpunktes.

nach Hayez

$$\begin{aligned} 2s &= 63 \text{ cm} \\ \left. \begin{aligned} \text{Schlagzahl pro Minute } p &= 96, \\ \text{Schlagzeit } t &= 0.39 \frac{60}{n} = 0.24 \text{ s} \\ \text{Endgeschwindigkeit } v &= \frac{2s}{t} = 2.58 \text{ m} \end{aligned} \right\} \\ \text{Fäustelgewicht } Q &= 1.725 \text{ kg} \\ \text{Mechanische Arbeit eines Schlags} \\ A &= \frac{Qv^2}{2g} = 0.585 \text{ mkg.} \end{aligned}$$



Weniger als der Weg, war die Zeit veränderlich. Das Tempo ist jedenfalls eher in der Gewalt des Arbeiters liegend, da die örtlichen Verhältnisse darauf von geringerem Einflusse sind. Temperaturschwankungen je nach der Tageszeit, sowie das Moment der Ermüdung nach mehrstündiger Arbeit ließen aber immerhin Differenzen auftreten. Ich maß in der Regel die für 30 aufeinanderfolgende Schläge nöthige Zeit und fand für dieselbe im Mittel aus 15 Beobachtungen an verschiedenen Tagen 18.67 Sekunden; die Extreme waren 17.5 und 19.8 Sekunden, also Schwankungen von 6% über und unter dem Mittel. Will man daher ganz genau vorgehen, so ist auch hier bei jedem Bohrloch eine Schlagzeitbestimmung angezeigt. Für die vorliegende Berechnung wurde aber

durchwegs obiger Mittelwerth zu Grunde gelegt, d. h. die Zahl der Schläge per Minute mit

$$n = 96$$

in Rechnung genommen.

Professor v. Rziha erwähnt der Versuche des Stadt-Bauinspektors Siebeneicher in Berlin\*), welche — ebenfalls an Pflasterungsmaterialien vorgenommen — infolge der Eigenart des verwendeten Apparates\*\*) zu hohe Werte für die Bohrfestigkeit ergaben, als daß sie mit den von anderer Seite gefundenen Resultaten verglichen werden konnten\*\*\*). Leider verfügte auch ich anfangs nur über den dort gerügten Kronenbohrer (in der Modifikation als Kreuzbohrer mit zwei senkrecht stehenden Schneiden), half mir aber durch Parallelbeobachtungen mit geradlinigen Meißelbohrern über dieses Moment der Unsicherheit hinweg, und fand für die an den Gneisgraniten (Steinwürfel I und IX der Tabelle) und bei 11 mm Bohrlochkaliber erhaltenen Wirkungsgrade beider Instrumente das Verhältniß

$$K:M = 100:107.4. \text{ (S. auch w. u. S. 118).}$$

Um ein Urtheil über die Genauigkeit des bisher geschilderten Verfahrens zu haben, ließ ich einen zweiten Fäustel mit einem ca. 90 cm langen Stiele versehen, der um sein Ende mittels eines durchgesteckten horizontalen Eisenstiftes leicht drehbar gemacht und mit dieser einfachen Drehungsachse an einer Tischecke fixirt wurde. Dadurch wurde — analog wie bei den eingangs erwähnten Schlagversuchen mit Hilfe des Spitzhammers — ein freies Fallen des Fäustels erzielt, welcher durch zwei vertikale Holzleisten, zwischen denen der Stiel frei beweglich war, eine Führung, aber nirgends eine besondere Reibung erlitt. Da die Hubhöhen durch ein oberhalb des Fäustels befindliches Anschlagbrett genau gleichgemacht waren und auch der Größe nach (307—338 mm) nicht sonderlich von den aus freier Hand geführten Schlägen abweichen, glaube ich die Fehlerquellen Siebeneicher's: die zu geringe Fallhöhe und unkontrollirbare Reibung thunlichst vermieden zu haben. Diese Anordnung hat nun allerdings nicht jene Präzision des Schlags für sich, welche etwa dem von R. Hausse†) angewendeten Apparate mit freifallenden Meißel eignet, sie besitzt jedoch den Vortheil der großen Einfachheit und liefert ausreichend genaue Resultate.

Der absolute Arbeitswerth eines Schlags ergibt sich leicht aus Fäustelgewicht und Hubhöhe

$$a_s = Q \cdot h.$$

Zieht man von dem so ermittelten Werte den kleinen Betrag infolge der Reibung und der Verluste infolge ab und zu etwas excentrischen Stoßes auf den Meißel (schätzungsweise wurden durchwegs 5% angenommen) ab, und multipliziert man mit dem Faktor

$$\mu = \frac{Q}{Q+q} \dagger\dagger),$$

\*) A. a. O. S. 16 d. Sep.-Abruckes.

\*\*) „Deutsche Bauzeitung“ 1879, S. 290 und in E. Dietrich: Die Baumaterialien der Steinstraßen, Berlin, 1884, S. 30.

\*\*\* Vgl. die Anmerkung S. 122.

†) Bestimmung der zum Abbohren von Handbohrlöchern nöthigen mechanischen Arbeit. „Berg- und hüttenmänn. Zeitung“ 1882, Nr. 33. S. 313 und Tafel VII, Fig. 5.

††) Nutzeffekt an der Meißelschneide. Rziha a. a. O. S. 15. Spezielle Werthe:  $Q$  (Fäustel beim Bohren mittelst freifallender Schläge) = 2.07 kg.

welcher je nach den verschiedenen Bohrgewichten, die von Fall zu Fall substituiert wurden und infolge ihres geringen Betrages für  $\mu$  bei den in Rede stehenden Bohrungen mit freifallenden Fäustel auf 10 mm-Meißel den Wert 90.4% lieferte, so erhält man den Nutzeffekt als Schneidenarbeit pro Schlag mit  $95 \times 90.4 = 85\%$  der absoluten Arbeitsgröße

$$a_s = 0.95 \frac{Q^2 h}{Q + q} = 0.85 Q h.$$

### B. Bestimmung der erbohrten Volumina

Dieselbe erfolgte auf dreierlei Weise:

1. Durch Quecksilberausfüllung des Bohrloches und Wägung der Quecksilbermenge  $G_{Hg}$ , welches Verfahren die genauesten Werte ergibt, wenn man nur die Vorsicht gebraucht, die Quecksilberkuppe an der Bohrlochmündung durch ein aufgelegtes Glasplättchen abzuflachen und in gleiche Flucht mit der Würfelfläche zu bringen.

$$V_1 = \frac{G_{Hg}}{13.6}$$

2. Durch direkte Wägung des Gewichtsverlustes der angebohrten Gesteine ( $G$ ) unter Zuhilfenahme des jeweiligen aus den Würfel dimensionen leicht zu ermittelnden spezifischen Gewichtes.

$$V_2 = \frac{G}{s}$$

3. Aus den geometrischen Abmessungen des Bohrloches.

$$V_3 = \frac{d^2 \pi}{4} \cdot t$$

Diese letzte Methode ist die ungenaueste für so kleine Bohrproben. Der Fehler in der Bestimmung des Durchmessers, welcher bei der Anwendung der Meißelbohrer infolge der starken Abweichung von der kreiszylindrischen Form recht erheblich wird, fällt allzusehr in's Gewicht, wogegen die oft recht ansehnliche Verletzung des Bohrlochrandes unberücksichtigt bleibt. \*)

Berechtigterweise ist von diesen drei auf ganz verschiedenen Wegen ermittelten Werten für die Volumina außer dem Falle  $V_1$  (Quecksilberwägung) nur noch die Volumbestimmung aus dem durch die Bohrung erzielten Gewichtsverlust des Probewürfels zulässig, falls jener mit mindestens 2—3% Genauigkeit ermittelt werden kann.

Zur Berechnung der in der Kolumne „Bohrfestigkeit“ der folgenden Tabelle angegebenen Werte wurde durchwegs nur  $V_1$  benützt.

Da aber die beim Beginne des Bohrens randlich abfallenden, etwas größeren (1—3 mm) Splitter einen Substanzverlust bedeuten, welcher nicht durch reine Ueberwindung

Die Gewichte der Bohrer waren sehr gering, daher die Nutzeffekte relativ hohe. Gewichte und Nutzeffekte der Kreuzbohrer:

$$\begin{aligned} d &= 10, 15, 20 \text{ mm} \\ q &= 0.22, 0.31, 0.33 \text{ kg} \\ \mu &= 88.8, 84.7, 83.8 \%. \end{aligned}$$

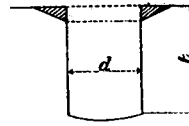
der Meißelbohrer:

$$\begin{aligned} d &= 8, 10, 15, 20, 30 \text{ mm} \\ q &= 0.06, 0.22, 0.24, 0.38, 0.77 \text{ kg} \\ \mu &= 97.1, 88.8, 87.9, 82.0, 69.2 \%. \end{aligned}$$

\*) Infolge dieses Umstandes waren in den Granitwürfeln die berechneten Volumina  $V_3$  um 8.8 bis 11, im Mittel um 7% kleiner als die tatsächlich erbohrten Räume  $V_1$ .

der Bohrfestigkeit zu Stande kommt, so ist streng genommen  $V_1$  um einen gewissen Prozentsatz zu groß. Es dürfte der Wahrheit am nächsten kommen, für das Volumen  $V_1 - V_3$

Fig. 2.



des oberen Kegelstutzringes (Fig. 2) die halbe Bohrfestigkeit anzunehmen, und somit die z. B. in den Graniten für  $V_1$  gefundenen Werthe um  $3\frac{1}{2}\%$  zu verringern, um den richtigsten Wert  $V$  zu finden, welcher dem Arbeitsaufwande thatsächlich entspricht. Für die Berechnung der reduzierten Bohrfestigkeit (vgl. S. 119) wurde dieser Umstand stets in Betracht gezogen.

Die nach vorstehend geschildertem Verfahren begonnene Arbeit an den Pflasterungsmaterialien förderte gar bald so hochinteressante Resultate zutage, daß sich aus der Ausdehnung der Versuche auf andere Gesteinskategorien und namentlich durch die Erweiterung der Bohrproben hinsichtlich des Effektes an verschiedenen weiten Bohrlöchern schöne Ergebnisse erwarten ließen.

Die Ermöglichung der Durchführung dieser Versuche verdanke ich in erster Linie Herrn Professor T o u l a, welcher mir die Mittel der Lehrkancel zur Verfügung stellte, um das nöthige Material theils aus der Bausteinsammlung der Lehrkancel selbst zu entnehmen, theils durch Neuherstellung der erforderlichen Probewürfel zu gewinnen. Der Chef der Firma Hauser, Herr Eduard Hauser, sowie dessen Geschäftsleiter Herr Joh. Eltschka förderten durch ihre stets freundliche Bereitwilligkeit, die für die Arbeiten nöthigen Adaptirungen vorzunehmen, sowie durch die Beistellung des zu den Versuchen erforderlichen verlässlichen Arbeiters (Steinmetz K. Müller) meine Untersuchungen. Ich spreche Ihnen an dieser Stelle meinen besten Dank aus.

Die beifolgende Tabelle enthält die ziffermäßigen Resultate der durchgeführten Versuche. Ihre Berechnung erfolgte nach den im Vorhergehenden besprochenen Regeln, und wurde bei ihrer Herstellung, wo immer es anging, darauf Bedacht genommen, daß aus ihren Angaben alle jene Momente zu entnehmen seien, welche in der von Professor v. Rziha aufgestellten einheitlichen Bohrtabelle\*) verlangt werden.

Die Zahl der Bohrerersatzungen (Punkt 9 dieser Tabelle) wurde keiner speziellen Beobachtung unterzogen, schwankte aber nach den vorhandenen Hiebmarken zwischen 12 und 20. Die Schneidenwinkel der verwendeten Meißel (Punkt 8) waren sämmtlich sehr gering und fielen von ca. 60—70° bei den Kreuzbohrern bis unter 45° bei den geradlinigen (Punkt 7) Meißelinstrumenten.

Die so wünschenswerthe Angabe der Druckfestigkeit musste in die Rubrik „Anmerkung“ verlegt werden, da nur für das Granitmaterial eigene Versuche vorlagen, die anderen Werte aber aus der Literatur\*\*) bloß vergleichsweise angeführt werden konnten.

Der neu eingeführte Begriff der „reduzierten Bohr- festigkeit“, welche für die einzelnen Gesteinsarten an-

\*) Verhandlungen der Münchener Konferenz zur Vereinbarung einheitlicher Prüfungsmethoden für Bau- und Konstruktionsmaterialien. Bauschinger, Mittheilungen 1886. XIV. Heft, S. 172.

\*\*) Hauenschield, Katechismus der Baumaterialien, S. 188 ff.

gegeben ist, findet sich in den Folgerungen aus den Untersuchungsergebnissen im Nachstehenden erörtert.

#### D. Folgerungen aus den Untersuchungs-Ergebnissen.

1. Frage nach dem Verhältnisse der Leistungen von Kronenbohrer (Kreuzbohrer) und Meißelbohrer.

(Trockenes Bohren.)

a) In hartem Gesteine (Granit, Gabbro).

Aus Post	1 und 3	wie	Kreuzbohrer	Meißelbohrer	Bohrlochdurchmesser = mm
" "	27 " 28	"	100	106.9	11.2
" "	37 " 40	"	100	107.8	10.6
" "	38 " 41	"	100	118.7 (120)*	11.0
" "	39 " 42	"	100	113.0 (123)	15.2
" "		"	100	100.0 (101)	21.4

Mittleres Verhältnis 100 : 109.3 (111.7)

d. h. die Mehrleistung des Meißelbohrers gegenüber dem Kreuzbohrer beträgt in hartem Gesteine bei kleinem Kaliber durchschnittlich etwa 10 %.

Ueber das Verhalten bei Bohrlochdurchmessern über 20 mm liegen eigene Versuche nicht vor. Der Verlauf der Kurven der Bohrfestigkeit (siehe Diagramme w. u.) würde schließen lassen, daß eine Umkehrung des Verhältnisses platzgreift, doch sprechen dagegen die Erfahrungen der Praxis.\*\*)

b) In weichem Material (Leithakalk vom Kaisersteinbruch).

Aus Post	59 und 63	wie	Kreuzbohrer	Meißelbohrer	Bohrlochdurchmesser = mm
" "	60 " 65	"	100	90 (94)*	9.2
" "	62 " 66	"	100	73 (83)	14.5
" "		"	100	85 (97)	20.5

Mittleres Verhältnis 100 : 82.7 (91.3)

d. h. in weichen Gesteinen fördert der Kreuzbohrer um 9—17 % mehr als der Meißelbohrer bei Bohrlochdurchmessern zwischen 10 und 20 mm.

2. Frage nach dem Verhältnisse der nach Havrez und durch frei fallende Fäustelschläge ermittelten Arbeitsmengen.

Diese Verhältnisswerte differiren, wie nachstehende Tabelle zeigt, sehr stark.

Nimmt man aber das Mittel aus allen, so ergibt sich ein Wert, von welchem viele der beobachteten Fälle nur wenig abweichen. Es sind jene, welche offenbar nur zum geringsten Theile von den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern beeinflusst sind.

Daraus geht aber hervor, dass die aus der Formel nach Havrez berechneten Arbeitswerte in der Regel zu klein ausfallen, und dass entweder der Zahlenkoeffizient in der Zeitformel

$$t = 0.39 \frac{60}{n}$$

bei so kleinen Fäustelschlägen ein zu hoher ist oder daß die Kurvendiagramme unter der bei der freien Ausführung des Schlags stattfindenden Größe etwas zurückbleiben.

\*) Die ( ) Zahlen aus dem Verlauf der Kurven der Bohrfestigkeit s. w. u.

\*\*) Man vergl. darüber die Betrachtungen über die zweckmäßigste Bohrerform in Rziha: Tunnelbau I. S. 67 ff.

Aus Post Nr.	Bohrlochdurchm. = mm	gemessene Bohrfestigkeit		Verhältnisszahl
		Havrez	freier Fall	Havrez : freier Fall
1 u. 4	11.2	94.4	96.3	100 : 102.0
9 " 11	10.3	110.0	*) 137.8	100 : 125.3
12 " 14	10.9	*) 100.1	102.6	100 : 102.5
17 " 19	10.7	*) 78.6	98.8	100 : 125.7
20 " 22—24	10.8	76.8	111.0	100 : 144.5
27 " 29	10.5	86.9	*) 109.0	100 : 125.4
37 " 44	11.0	141.8	*) 156.4	100 : 113.0
51 " 53	11.0	59.6	63.0	100 : 105.7
52 " 54	20.7	22.6	43.8	100 : 193.8 (!)
Mittleres Verhältnis				100 : 126.5
Mittel aus 1—29 (Granit)				100 : 120.9

Jedenfalls ist eine Korrektur der Havrez'schen Werte nötig, welche in der vorstehenden Versuchsreihe rund 25 % beträgt.

Bei der Berechnung der reduzierten Bohrfestigkeit wurden alle nach Havrez gemessenen Festigkeitswerte um 25 % (bei den Graniten um 21 %) höher angesetzt. Eine Ausdehnung der Versuche gerade nach dieser Richtung hin wäre besonders erwünscht, da die Differenzen in dieser vorliegenden Versuchsreihe jedenfalls beträchtliche sind, der Genauigkeitsgrad der einzelnen Beobachtungen aber unter Berücksichtigung aller wesentlichen Umstände erheblich gesteigert werden kann.

3. Die Bohrfestigkeit ist eine Funktion der Bohrlochweite.

Während noch Prof. H. Höfer seinen Berechnungen in der so wichtigen Arbeit über die „Häuerleistung bei der Bohrarbeit“\*\*) nach Oberbergrath Förster\*\*\*) das bekannte „Volumengesetz“ zugrunde legt:

„Ein bestimmter Raumgehalt erfordert gleichen Aufwand von mechanischer Arbeit zu einer Zerkleinerung, mag das Bohrloch enger oder weiter sein“, genügt ein Blick auf die in der Tabelle für die Bohrfestigkeit desselben Materiales angeführten Werte, um die ganz außerordentliche Verschiedenheit dieses Festigkeitsfaktors und seine Abhängigkeit vom Kaliber des Bohrloches wahrzunehmen.

Die folgenden Schemata (Fig. 3—5, S. 120 und 121), in welcher die Bohrfestigkeiten als Ordinaten über den als Abscissen aufgetragenen Durchmessern gezeichnet sind, zeigen diesen Umstand in noch übersichtlicherer Weise.

Man ersieht daraus, daß mit zunehmender Weite des Bohrloches die Bohrfestigkeit in noch schnellerem Maße abnimmt, und daß das Gesetz, welches Prof. Rziha be-

\*) Behufs Ausgleichung der Werte bei den in Vergleich gezogenen, um Bruchtheile eines Millimeter differirenden Bohrlochweiten (zwischen 10 und 11 mm) wurde im Granit eine Aenderung von 7 mkg in der Bohrfestigkeit pro Millimeter Durchmesserzuwachs, in Gabbro von 12 mkg angenommen, wie es die Kurven der Bohrfestigkeit (Fig. 3—5) ergeben.

\*\*) „Oesterr. Zeitschr. f. Berg- u. Hüttenwesen 1884“, S. 621.

\*\*\*) „Jahrbuch für Berg- u. Hüttenwesen in Sachsen“ 1882, S. 26.

züglich des Leistungsgrades beim bergmännischen Eindringen in ein bestimmtes Gestein aufstellte\*\*\*), die Proportionalität desselben mit der Wurzel aus der Fläche des aufgefahnen Profils hier im Kleinen an den wechselnden Querschnitten der Bohrlöcher konsequenterweise sein Analogon finden muss.

Es ist schwierig, dieser auf dem Wege des Experiments gewonnenen Erfahrung zunächst eine andere theoretische Grundlage zu geben, als die ganz allgemein für jede Gewinnungsarbeit geltende Erkenntnis, dass die Zunahme der freien Fläche die relative Größe dieser Arbeit vermindert; ja eine Autorität, wie Prof. W. Schulz in Aachen, kommt in seiner Betrachtung über die Wirkungsweise des Bohrers†) zu dem Schlusse, daß einer theoretischen Berechnung der von der Schneide aufgewandten Arbeit zur Zertrümmerung eines gewissen Volumens Gestein in Bohrlöchern jeder Boden entzogen wird.

Es schien nach solchem Urtheile fast aussichtslos, eine eingehende theoretische Begründung der erwähnten Tatsache versuchen zu wollen. Glücklicherweise ist diese Arbeit bereits gethan, und war es mir eine freudige Genugthuung, in meinen Versuchen eine Bestätigung dessen zu finden, was Dr. Stapff's Untersuchungen lange vorher in mathematischer Form zum Ausdrucke gebracht hatten.

Denn während in der von v. Sparre\*) abgeleiteten Formel für die bei jedem Schlage zerdrückte und abgesprengte Gesteinsmenge das Moment der Bohrlochweite nicht berücksichtigt ist, indem für das schließlich erbohrte Volumen

$$V = \frac{L \sin \frac{\alpha}{2}}{2k \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + f \right)} \quad **)$$

der Durchmesser  $d$  eliminirt erscheint, so zeigt sich diese Größe bei Stapff\*\*\*) bereits in der Form

$$V = \frac{2 d^2 h^2}{d + 4h},$$

worin die Tiefe des Eindringens der Schneide pro Schlag†)

$$h = \sqrt{\frac{L}{4kd \left( \tan \frac{\alpha}{2} + f \right)}}$$

Substituirt man nun  $h$  in der Formel für  $V$ , so erhält man

\*\*\*) „Centralblatt der Bauverwaltung“, 6. Bd., 1886, S. 395. Das Gesetz der Gesteinsverspannung. Abgeleitet aus den Ergebnissen beim Tunnel von Altena in Westphalen, sowie beim Spitzbergtunnel in Böhmen.

†) Handbuch der Ingenieur-Wissenschaften von Franzius und Lincke, IV. Bd. Die Baumaschinen. II. Abtheilung, S. 150.

\*) Bemerkungen über das Niederbringen tiefer Bohrlöcher von größeren Dimensionen. „Berg- und Hüttenmännische Zeitung“ 1865. 24. Bd., S. 1 und Fortsetzungen.

\*\*) Ebenda S. 52. In der Formel bedeutet  $L$  die disponible Arbeit am Bohrkopfe,  $\alpha$  den Schneidenwinkel des Meissels (circa 70°),  $k$  den Modul der Druckfestigkeit und  $f$  den Reibungs-Koeffizient der Meisselschneide am Stein ( $f = 0.45$ ).

\*\*\*) Ueber Gesteinsbohrmaschinen. Stockholm 1869.

†) A. a. o., S. 15, Formel VI und VII. Sowie auch Schulz a. a. O., S. 151.

$$V = \frac{L}{2k \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + f \right) + \sqrt{\frac{16k \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + f \right) L}{d^3}}}$$

oder für  $2k \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} + f \right) = a$  gesetzt,

$$V = \frac{L}{a + \sqrt{\frac{8aL}{d^3}}}$$

Nachem aber die Bohrfestigkeit  $F = \frac{L}{V}$ , so ist

$$F = a + \frac{\sqrt{8aL}}{d^{\frac{3}{2}}}$$

welcher Ausdruck das Abhängigkeitsverhältnis der Bohrfestigkeit vom Bohrlochdurchmesser bestimmt.

Man ersieht daraus, daß sich die Bohrfestigkeit für sehr große Durchmesser einem unteren Grenzwerte

$$F_{\min} = a$$

nähert, während sie für  $d = 0$  unendlich groß wird. Dem entspricht der asymptotische Verlauf der aus den Versuchen resultirenden Kurve der Bohrfestigkeit einerseits bezüglich einer zur  $x$ -Achse Parallelen mit der Ordinate  $y = a$ , andererseits aber in Beziehung auf die  $y$ -Achse selbst.

#### 4. Die reduzierte Bohrfestigkeit.

Will man daher eine das Material wirklich charakterisierende Festigkeitsangabe machen, so genügt es nicht zu sagen: Die Herstellung eines Kubikcentimeter Bohrloch erfordere so und so viele Meterkilogramm Arbeit, sondern es müssen unter Berücksichtigung aller Punkte der von Prof. v. Ržiha aufgestellten einheitlichen Bohrtabelle (siehe oben S. 117) die in vorstehender Formel für die Bohrfestigkeit enthaltenen Größen entweder durch Rechnung bestimmt, oder — was für die Praxis ja ungleich wichtiger erscheint — etwa nach den eingangs geschilderten Methoden durch einfache Versuche ermittelt werden.

Bezüglich des ersteren Weges genüge es, hier auf die Originalarbeit Stapff's, sowie auf die Ausführungen Prof. Schulz' im „Handbuch der Ingenieur-Wissenschaften“ hinzuweisen. Es wird aber von beiden Autoren auf den Hauptpunkt: Die Abhängigkeit der Festigkeitswerte vom Durchmesser, fast gar kein Gewicht gelegt, offenbar deshalb, weil die beim bergmännischen Handbetriebe vorkommenden Bohrlochkaliber im großen Ganzen wenig voneinander abweichen. Eine Versuchsreihe aber, welche die Beziehungen zwischen Bohrlochweite und Bohrfestigkeit experimentell festzustellen bezweckt, ist, soweit meine Kenntnis der Literatur reicht, bisher nirgends durchgeführt worden. \*)

\*) Auf Grund einer Mittheilung, welche ich Herrn Prof. v. Ržiha gelegentlich der Besprechung der Ergebnisse der vorliegenden Untersuchungen verdanke, sei an dieser Stelle angeführt, daß derselbe seit dem Erscheinen seiner Abhandlung „Ueber die Bohrfestigkeit der Gesteine“ eine Arbeit in Vorbereitung hat, in welcher auch das Problem der Abhängigkeit der Bohrfestigkeit von dem Durchmesser des Bohrloches zur Erörterung kommen soll. Die Ankündigung einer, die Theorie und Praxis des Bohrens der Sprenglöcher behandelnden Studie befindet sich bereits im Schlusspassus der zitierten Abhandlung vor.

Für die Praxis sei nun der folgende Weg vorgeschlagen. Zunächst könnte man in der nach Stapff konstruierten Formel

$$F = a + \frac{\sqrt{8aL}}{d^{\frac{3}{2}}}$$

den Betrag der pro Volumseinheit an der Meißelschneide aufgewendeten Arbeit  $L$  durch  $F$  substituieren, um aus der so erhaltenen quadratischen Gleichung:

$$F^2 - \left(2a + \frac{8a}{d^3}\right)F = -a^2$$

$F$  bloß als eine Funktion von  $a$  und  $d$  darzustellen, u. zw.

$$F = a + \frac{4a}{d^3} + \frac{4a}{d^3} \sqrt{1 + \frac{1}{2d^3}}$$

Dieser rein mathematische Vorgang liefert aber nur für wenig von einander abweichende Lochdurchmesser richtige Werte. Ich belasse daher den Arbeitswert  $L$  als Unbekannte in der Formel und bestimme nun aus wenigstens zwei verschiedenen Beobachtungen, also zwei unabhängigen Gleichungen, die durch die Einführung der gefundenen Bohrfestigkeiten und gemessenen Durchmesser erhalten werden, den Wert der Größen  $a$  und  $L$ , resp. jenen der für die Rechnung wichtigen Konstanten  $\sqrt{8aL}$ , welche mit  $b$  bezeichnet sei.

Mit Hilfe dieser beiden Konstanten, die für jedes Material speziell zu erheben sind, ist es nun leicht, für den Bohrl Lochdurchmesser eins, d. h.

$$d = 1 \text{ cm}$$

die entsprechende Bohrfestigkeit

$$F_1 = a + b$$

zu berechnen, welche ich die auf eins reducierte Bohrfestigkeit, oder reducierte Bohrfestigkeit schlechtweg nenne, und als Vergleichsmaßstab für alle Meißelbohrungen, die das volle Kreisprofil aufschließen, in Vorschlag bringen möchte.

Der Einwurf, daß dieser Durchmesser für Vergleichszwecke zu klein gewählt sei, und daß es sich mehr empfehlen dürfte, die Dimension des einmännischen Bohrloches (2.5 — 3.0 cm) hiefür zu wählen, ist vom Standpunkte der Bohrarbeit im Großen gerechtfertigt. Ein kleines Rechenexempel wird aber bei bekanntem  $a$  und  $b$  leicht aus dem Werte für  $F_1$  cm jenen für  $F_3$  cm ermitteln, für eine Versuchsstation dagegen werden schon die leicht herzustellenden kleinen Kaliber maßgebende Werte zu liefern im Stande sein, weshalb hier der Einheit der Vorzug gegeben wurde. In der Tabelle befindet sich übrigens durchwegs auch der auf  $d = 3 \text{ cm}$  reduzierte Bohrfestigkeitswert angegeben, welcher leicht aus der Relation

$$F_3 = a + \frac{b}{5.2} \quad *)$$

zu ermitteln war.

Man wird übrigens gut thun, sich nicht bloß auf die Minimalzahl von zwei Gleichungen zur Bestimmung der beiden Bohrkonstanten zu beschränken, sondern die Reihe

\*)  $5.2 \approx 3^{\frac{3}{2}}$ .

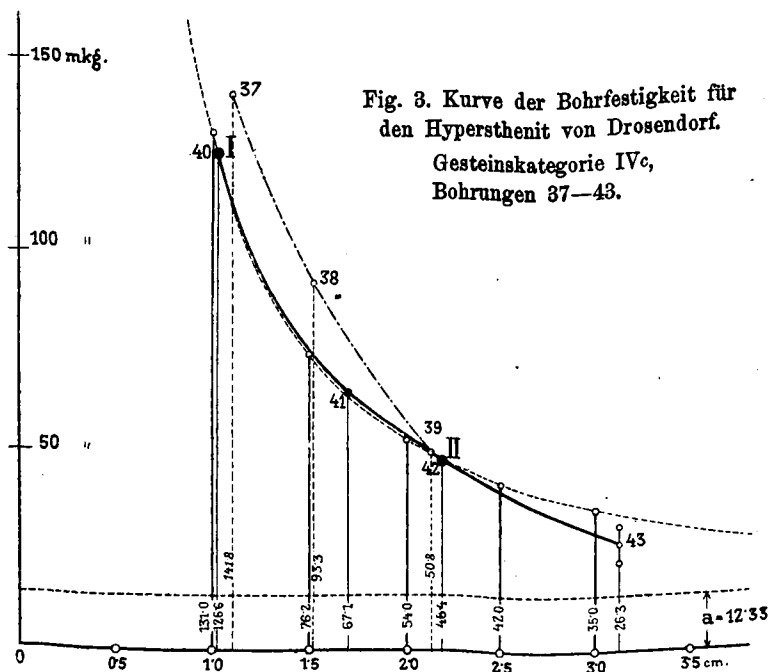
der verschieden dimensionirten Bohrlöcher möglichst kontinuierlich, bezw. vielgliedrig gestalten. Erst dadurch wird es möglich, den graphischen Verlauf der Kurve der Bohrfestigkeit mit genügender Genauigkeit festzulegen und damit die für die Praxis zweifellos sicherste Grundlage zur Beurteilung einer gegebenen Materialsorte zu schaffen. Man gewinnt bei dieser Gelegenheit auch sofort einen richtigen Einblick hinsichtlich des Grades der Genauigkeit, mit welcher die einzelnen Messungen erfolgten: die Abweichungen von der mittleren Kurvenlage geben den Maßstab hiefür. Daß letztere trotz aller darauf verwendeten Sorgfalt oft ganz beträchtlich werden und — einzeln herausgegriffen — die Richtigkeit der angewendeten Formel sowie des ihr zugrunde liegenden Kalküls geradezu in Frage stellen könnten, wird sich an einigen der in der Tabelle verzeichneten Versuchen zeigen. Es kommt dabei auch als ein ganz unfassbarer Faktor der Zustand der Bohrschneide in Betracht, deren verschiedene Abnutzungsgrade Differenzen zu erzeugen im Stande sind, wie sie uns Haube so drastisch vorführt. \*)

## 5. Beispiele.

I. Es ergeben sich (Tabelle S. 124) als numerische Werte für die Gleichung

$$F \cdot d^{\frac{3}{2}} = a \cdot d^{\frac{3}{2}} + b$$

bei Nr. 40—43



Hypersthenit von Drosendorf bei Raabs, Niederösterreich.

Bohrung	$d$	$d^{\frac{3}{2}}$	Gleichung
40	1.02 cm,	1.081	$126.6 \times 1.081 = 1.081 a + b$
41	1.69 "	2.197	$67.1 \times 2.197 = 2.197 a + b$
42	2.20 "	3.263	$48.4 \times 3.263 = 3.263 a + b$
43	3.11 "	5.485	$26.3 \times 5.485 = 5.485 a + b$

Daraus folgt folgende Zusammenstellung der Werte  $a$ ,  $b$ ,  $F_1$  und  $F_3$

\*) A. a. O. S. 322. Messung Nr. 19, 20 und 21.

Aus	Konstante		Reducirte Bohrfestigkeit	
	a	b	$F_1$	$F_8$
40 und 41	14.60	115.4	129.96	36.8
40 „ 42	12.33	117.7	130.03	35.0
40 „ 43	3.10	127.1	130.31	27.6
41 „ 42	9.86	125.8	135.63	34.1

Man sieht sofort, daß die Bohrung 43 hinsichtlich der Konstanten ein erheblich verschiedenes Resultat ergibt, und daß der Schluss nahe liegt, es sei die Messung der Bohrfestigkeit  $F$  unter dem wahren, durch den Verlauf der Kurve (vgl. die Figur) angedeuteten Werte geblieben. Aus diesem Grunde sind auch die Verbindungen dieser Gleichung (43) mit den beiden benachbarten Nummern (41 und 42) völlig unstatthaft, weil das Produkt  $F \cdot d^{\frac{3}{2}}$  infolge seines zu kleinen Faktors  $F$  für  $a$ , das doch wesentlich positiver Natur ist, einen negativen Wert ergebe.

Der Vergleich der aus den Gleichungen 40 und 42 berechneten (in der Figur 3 strichlirt gezeichneten) Kurve mit jener, welche auf den durch direkte Messung erhobenen Werten beruht, zeigt indessen die überaus nahe Uebereinstimmung beider. Es ergibt sich erst für die großen Kaliber eine nennenswerthe Differenz, indem die theoretische Linie weniger steil zur Abscissenachse abfällt, als die Versuchskurve thatsächlich zeigt.

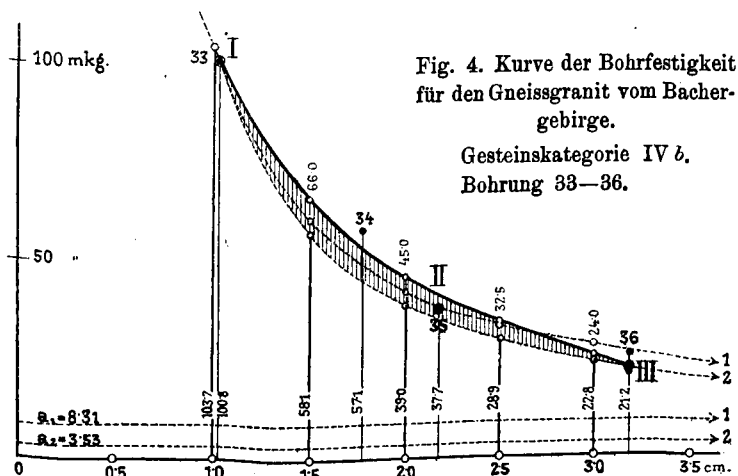
Der Grund dieser Erscheinung möge durch das nächste Beispiel erläutert werden.

## II. Versuchsreihe von Meißelbohrungen am

Gneisgranit aus dem Bachergebirge.

(Würfel X der Tabelle S. 124.)

Nr. d. Bohrtab.	d	$d^{\frac{3}{2}}$	F (gemessen)	Gleichungen
33	1.02	1.030	100.8	$100.8 \times 1.030 = 1.030 a + b$
34	1.78	2.375	57.1	$57.1 \times 2.375 = 2.375 a + b$
35	2.19	3.241	37.7	$37.7 \times 3.241 = 3.241 a + b$
36	3.18	5.681	20.0 mittel 24.1	$21.2 \times 5.671 = 5.671 a + b$



Aus 33 und 35 folgt 1.  $a = 8.31$   $b = 95.32$

„ 33 „ 36 „ 2.  $a = 3.53$   $b = 100.07$

Berechnet man mittelst dieser Konstanten den Wert der Bohrfestigkeit für die im Folgenden angenommenen, von 5 zu 5 mm verschiedenen Kaliber und vergleicht die so gefundenen Resultate mit denjenigen Werten, welche

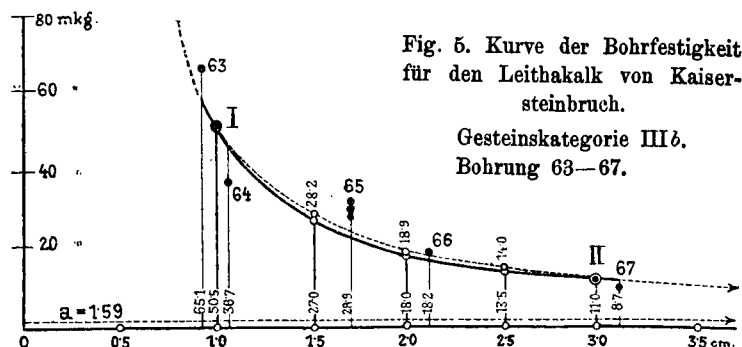
der Verlauf der gemessenen Bohrfestigkeitskurve ergibt, so erhält man die folgende Zusammenstellung:

d cm	Berechnet		Gemessen
	1	2	
1.0	103.57	103.71	103.5
1.5	60.16	58.06	66.0
2.0	42.00	38.96	45.0
2.5	32.41	28.87	32.5
3.0	26.64	22.81	24.0

Der Verlauf der beiden, durch obige Rechnung gefundenen Linien 1 und 2, welche in Fig. 4 neben der voll ausgezogenen, die Messungsergebnisse verbindenden Kurve eingetragen sind, zeigt folgenden Umstand. Die durch irgend einen angenommenen Koïnzenzpunkt und den als Ausgangspunkt dienenden, in der Nähe der relativen Bohrfestigkeit  $F_{1 \text{ cm}}$  gelegenen Wert geführte, Rechnungskurve ergibt stets etwas geringere Ausmaße, als die Messung es anzeigt. Dieses Plus an Arbeitsaufwand, welches in der Figur durch die schraffierte Fläche dargestellt ist, findet am leichtesten, durch den Umstand seine Erklärung, daß die Meißelarbeit nicht in der von Stapff vorausgesetzten Weise bloß zur Lostrennung der elementaren Gesteinsströbchen benützt, sondern daß ein Theil derselben zur Zermalmung der abgebrochenen Splitterchen verbraucht wird. Dieser Verlust muss in einer Erhöhung der Bohrfestigkeit aller jener Bohrscheiben bestehen, welche zwischen den als gemeinsame Anfangs- und Endpunkte beider Kurven gewählten Dimensionen gelegen sind.

III. Wie weit aber die Verlässlichkeit dieser nach den Stapffschen Anschauungen über die Wirkungsart des Bohrmeißels entwickelten Formel in weniger festem Material, wo der zuletzt erwähnte Arbeitsverlust auf ein Minimum beschränkt bleibt, gehen kann, zeigt das folgende Beispiel, bei welchem die Werte für die Bohrfestigkeit aus dem Verlaufe der Kurve der Bohrfestigkeit, welche die bald positiven, bald negativen Abweichungen der Messungsergebnisse auf graphischem Wege ausgleicht, entnommen wurden.

Aus der Bohrfestigkeitskurve, konstruiert aus den Bohrungen Nr. 63-67 folgt:



Kaiserstein (fester Leithakalk)  
aus dem Kaisersteinbruche bei Bruck a. d. Leitha.

d	$d^{\frac{3}{2}}$	F	Gleichungen
1.0	1.000	50.5	$50.5 \cdot 1.000 = 1.000 a + b$
1.5	1.837	27.0	$27.0 \cdot 1.837 = 1.837 a + b$



$d$	$d^{\frac{3}{2}}$	$F'$	Gleichungen
2.0	2.828	18.0	$18.0 \cdot 2.828 = 2.828 a + b$
2.5	3.953	13.5	$13.5 \cdot 3.953 = 3.953 a + b$
3.0	5.196	11.0	$11.0 \cdot 5.196 = 5.196 a + b$

Berechnet man aus der ersten und letzten dieser Gleichungen, welche direkt die auf 1 cm und 3 cm reduzierten Bohrfestigkeiten enthalten, die Konstanten  $a$  und  $b$ , so findet man dafür die Werte

$$a = 1.59 \text{ und } b = 48.86$$

und unter Zugrundelegung dieser Größen für die

Durchmesser . . . . .	$d = 1.0$	1.5	2.0	2.5	3.0 cm
die Bohrfestigkeiten . . . .	$F = 50.5$	28.2	18.9	14.0	11.0 mkg.
die Kurve gibt . . . . .	$F = 50.5$	27.0	18.0	13.5	11.0

d. h. die Differenzen zwischen den nach der modificirten Stapff'schen Formel berechneten und den thatsächlich gemessenen Werthen liegen innerhalb der Fehlergrenzen, welche der Beobachtungsmethode anhaften, wodurch die Giltigkeit des in der Formel zum Ausdrucke gebrachten Gesetzes des Abhängigkeitsverhältnisses zwischen Bohrfestigkeit und Lochdurchmesser seine experimentelle Bestätigung erfährt.

Es empfiehlt sich daher unbedingt, zunächst einen Ausgleich der betrachteten Werte auf graphischem Wege vorzunehmen, damit die erheblichen Differenzen im Werte

der Konstanten  $a$  und  $b$ , welche auf rein rechnerischem Wege resultiren würden, auf ein Minimum herabgedrückt werden. Sucht man nur die reduzierte Bohrfestigkeit selbst, so ist diese direkt aus dem Verlaufe der Kurve abzunehmen für den Fall, daß Versuchsbohrlöcher von angenäherten Dimensionen (1, resp. 3 cm) vorliegen. Es wird aber stets zweckmäßig sein, die Bohrkonstanten zu berechnen, um schließlich für die lange Reihe der verschiedenen Gesteinsmaterialien jene so maßgebenden Faktoren zu erheben, deren Kenntnis gegenwärtig auf die wenigen Fälle beschränkt ist, welche in der Tabelle der vorgeführten Versuchsreihe enthalten sind.

Vielleicht ist es dem Autor gegönnt, dieselbe seinerzeit zu erweitern. Einstweilen möge durch die vorliegende Mittheilung eine Anregung gegeben sein, in der angedeuteten Richtung Versuche zu machen, damit die vielfältige Gelegenheit, welche die bergtechnische Praxis zur Vornahme derselben bietet, wie in so vielen Fällen auch hier dazu beitrage, die Wege wissenschaftlicher Erkenntnis zu ebnen und ihren Fortschritt zu fördern.

Zum Schlusse folge eine ziffermäßige Zusammenstellung der aus vorstehenden drei Beispielen folgenden Bohrfestigkeitswerte in der Form einer für die praktische Berechnung wünschenswerth erscheinenden Perzentualtabelle.

T a b e l l e

über das Perzentualverhältnis der Bohrfestigkeiten für verschiedene Bohrlochweiten in demselben Gesteine.

<i>d</i> <i>cm</i>	I. Hypersthenit (dunkler, fester Gabbro)				II. Gneisgranit				III. Kaiserstein (fester Leithakalk)				Mittleres Perzentual- verhältnis		
	gemessen		berechnet		gemessen		berechnet		gemessen		berechnet		der gemess. Werte		Mittel aus allen Werten
													im festen Gestein I + II	im weichen Gestein (III)	
	<i>mkg</i>	%	<i>mkg</i>	%	<i>mkg</i>	%	<i>mkg</i>	%	<i>mkg</i>	%	<i>mkg</i>	%			
1.0	130.5	100.0	131.0	100.0	103.5	100.0	103.7	100.0	50.5	100.0	50.5	100.0	100.0	100.0	100.0
1.5	77.2	59.1	76.2	58.2	66.0	63.8	58.1	56.0	27.0	53.4	28.2	55.8	61.4	53.4	57.7
2.0	54.8	42.0	54.0	41.2	45.0	43.5	39.0	37.7	18.0	35.6	18.9	37.4	42.7	35.6	39.6
2.5	40.0	30.6	42.0	32.1	32.5	31.4	28.9	28.0	13.5	26.7	14.0	27.7	31.0	26.7	29.4
3.0	28.5	21.8	35.0	26.7	24.0	23.2	22.8	22.0	11.0	21.8	11.0	21.8	22.5	21.8	22.9

Die gemessenen Werte sind aus den graphisch konstruirten Bohrfestigkeitskurven (Fig. 3—5) entnommen, die berechneten folgen aus den Angaben der nachstehenden Bohrtabellen und basiren auf den unveränderten Havrez'schen Werten welche in die Stapff'sche Formel substituirt wurden.

Diese Tabelle gibt für die eigentlichen Sprenggesteine bis auf einen geringen Prozentsatz sehr zuverlässige Resultate. Durch Interpolation oder durch graphische Konstruktion der Perzentualkurve wird es nunmehr leicht möglich, aus den Angaben in der Literatur\*), soweit sie das genaue Ausmaß des Durchmessers enthalten, die für jede beliebige Bohrlochweite gültige Bohrfestigkeit zu ermitteln, wodurch die Nothwendigkeit einer die bisher experimentell erprobten Gesteinstypen zusammenfassenden Uebersicht an dieser Stelle entfällt.

Es sei diesbezüglich wiederholt auf die, ein Gesamtbild aller auf unseren Gegenstand Bezug nehmenden Fragen bietende Abhandlung Professors v. R. ž i h a verwiesen, welcher auch die vorliegende Arbeit ihre Entstehung verdankt.

\*) Nur bezüglich der Nutzbarmachung der Siebeneicher'schen Versuchsreihe sei hier speziell bemerkt, daß man unter Annahme nahezu gleicher Festigkeitsverhältnisse an unseren Gneisgraniten und den dort untersuchten Graniten von Groß-Rosen in Schlesien und Mauthausen in Oberösterreich auf folgende Relationen kommt. Es war im Mittel für die Granite (Nr. 6 und 9 der Tabelle in Dietrich, a. a. O. S. 32) von Siebeneicher die Verhältniszahl (Bohrerschläge) 3947 gefunden worden; dieser Zahl entsprechen im Mittel aus unseren Versuchen (Bohrungen 1—36) Werthe von  $F_1 = 115.3$  und  $F_3 = 25.1$  mkg. Daraus resultiren Umrechnungs-Koeffizienten  $c_1 = 0.0292$  und  $c_3 = 0.00636$ , welche eine Bestimmung der Bohrfestigkeit auch für die übrigen untersuchten Gesteine gestatten — vorausgesetzt natürlich, daß der „25 mm starke Bohrer“ bei allen Gesteinen in derselben Dimension zur Anwendung kam.



# C. T a b e l l e

## über die Untersuchungsergebnisse der vorgenommenen Bohrproben.

Post-Nummer	Material	Gesteinskategorie nach Prof. v. Rösiger Bohrloch-Nummer	Gewicht der Hg- Füllung g	V <sub>1</sub> cm <sup>3</sup>	Gewichts- verlust beim Bohren g	Spec. Gewicht des Ge- steins cm <sup>3</sup>	V <sub>2</sub> cm <sup>3</sup>	Des Bohr- loches		V <sub>3</sub> cm <sup>3</sup>	Beanspruchung				Bohrfestigkeit (m/kg pro 1 cm <sup>2</sup> )		Anmerkung		
								Tiefe mm	Durch- messer mm		Richtung des Bohr- loches zur Flaserung oder Schichtung	Art des Bohrens	Ganze Länge der Fäustel- curve cm	Zahl der Fäustel- schläge	Schnei- den- arbeit m/kg	ge- messene		relative	
																		f <sub>1cm</sub>	f <sub>3cm</sub>
1	Gneissgranite aus dem Bachergebirge mittelkörnig Würfel I*)	IV δ bis IV c	50.64	3.723	10.0	2.708	3.70	34.5	11.2	3.40		Kreuzbohrer	61.8 (Mittel)	700	351.0	94.4	Parallel zur Flaserung	Druckfestigkeit**) 1140 (nach Prof. R. Böck). Von 1 bis 36 alle Havrez - Werte (um 21%) bei Berechnung der rela- tiven Bohrfestigkeit erhöht. (Vgl. S. 118.) Bohrung mittelst freifallender Fäu- stelschläge.	
2			36.60	2.690	7.2	2.708	2.66	24.5	11.3	2.46	⊥	"	do.	500	250.7	93.2	107.3   23.5		
3			39.08	2.873	7.7	2.708	2.84	29.0	11.2	2.82	⊥	Meißelbohrer	do.	500	250.7	87.2	Senkrecht zur Flaserung		
4			29.76	2.188	5.7	2.708	2.10	24.5	10.2	2.02		Kreuzbohrer	32.1 (Hub)	400	225.9	103.3	115.2   25.0		
5	Würfel II		42.61	3.133	8.8	2.688	3.28	34.0	10.4	2.89		Kreuzbohrer	61.8 (Mittel)	600	300.8	96.0	Parallel	Druckfestigkeit 1005 (Böck).	
6			37.49	2.757	7.4	2.688	2.75	28.5	10.7	2.56	⊥	"	do.	604	303.4	110.0	116.0   25.4		
7			41.30	3.036	8.5	2.688	3.16	31.4	10.7	2.82		"	*65	500	277.6	91.4	Senkrecht		
8			35.45	2.606	6.5	2.688	2.42	27.5	10.4	2.33	⊥	"	*65	500	277.6	106.5	127.7   27.6		
9	Würfel III		32.39	2.381	7.2	2.688	2.68	26.0	10.3	2.17		Kreuzbohrer	*63	500	264.2	110.0	Parallel	Druckfestigkeit 1005 (Böck).	
10			28.15	2.070	5.5	2.688	2.04	24.0	9.9	1.83	⊥	"	*63	500	264.2	127.6	131.6   28.1		
11			21.60	1.588	4.3	2.688	1.60	18.5	10.3	1.53		"	31.1 (Hub)	400	218.9	137.8	Senkrecht 133.6   28.5		
12	Würfel IV		38.89	2.859	7.7	2.712	2.84	30.5	10.2	2.50		Kreuzbohrer	61.8 (Mittel)	600	300.8	105.2	Parallel	Druckfestigkeit 1072 und 1046 (Böck).	
13			32.23	2.369	6.8	2.712	2.51	25.0	10.5	2.17	⊥	"	do.	523	262.2	110.7	118.6   25.6		
14			28.90	2.125	5.7	2.712	2.10	21.5	10.9	2.01		"	31.0 (Hub)	400	218.2	102.6	Senkrecht 133.9   28.6		
15	Würfel V		39.37	2.894	7.3	2.712	2.69	30.0	10.3	2.51		Kreuzbohrer	61.8 (Mittel)	500	264.2	91.3	Parallel	Druckfestigkeit 1072 und 1046 (Böck).	
16			36.15	2.658	7.4	2.712	2.72	28.5	10.1	2.30	⊥	"	do.	500	264.2	99.4	109.1   23.9 Senkrecht 115.2   25.3		
17	Würfel VI		48.95	3.600	9.8	2.689	3.64	34.0	11.4	3.47		Kreuzbohrer	61.8 (Mittel)	600	300.8	83.5	Parallel	Druckfestigkeit 1119 (Böck). Ausnahmefall: Bohrfestigkeit ⊥ < als    zur Flaserung. Bohrung mittelst freifallender Schläge.	
18			53.16	3.909	10.0	2.689	3.72	35.5	10.9	3.31 (1)	⊥	"	do.	600	300.8	77.0	109.7   24.0		
19			31.31	2.302	6.6	2.689	2.45	23.5	10.7	2.13		"	32.3 (Hub)	400	227.4	98.8	Senkrecht 98.3   21.7		
20	Würfel VII		52.76	3.880	10.2	2.655	3.84	40.0	10.9	3.73		Kreuzbohrer	61.8 (Mittel)	600	300.8	77.5	Parallel	Druckfestigkeit 1132 und 836 (Böck).  Bohrung mittelst freifallender Fäu- stelschläge. do. do.	
21			46.05	3.386	9.2	2.655	3.46	35.0	10.7	3.15	⊥	"	do.	600	300.8	88.8	Parallel		
22			57.79	4.250	5.2	2.655	1.96	22.0	10.8	2.03		"	32.3 (Hub)	400	225.5	114.1	106.9   23.4		
23					6.0	2.655	2.26	22.5	10.8	2.08		"	32.8 (Hub)	400	232.8	102.3	Senkrecht		
24					5.1	2.655	1.92	19.5	10.7	1.74		"	32.7 (Hub)	400	231.1	117.4	110.9   24.2		
25	Würfel VIII		24.34	1.790	4.8	2.655	1.81	17.0	10.9	1.60		Kreuzbohrer	30.7 (Hub)	400	216.1	120.7	Parallel 127.4   27.3	Bohrung mittelst freifallender Fäu- stelschläge.	
26	Würfel IX		55.40	4.074	10.6	2.681	3.96	41.0	10.7	3.72	(?) (unentschieden)	Kreuzbohrer	61.8 (Mittel)	600	300.8	73.8	Parallel	Druckfestigkeit 1017 (Böck).	
27			47.06	3.460	8.9	2.681	3.32	35.0	10.5	3.04	⊥ (unentsch.)	"	do.	600	300.8	86.9	91.7   21.2		

\*) Die Kantenlänge der verwendeten Würfel betrug 9 oder auch 10 cm. — \*\*) Die Druckfestigkeit der Gneisgranite wurde bei Belastung parallel zur Flaserung erhoben.

Post-Nummer	Material	Gesteinskategorie nach Prof. v. Röhrl	Bohrloch-Nummer	Gewicht der Hg-Füllung g	V <sub>1</sub> cm <sup>3</sup>	Gewichtsverlust beim Bohren g	Spec. Gewicht des Gesteins g	V <sub>2</sub> cm <sup>3</sup>	Des Bohrloches		V <sub>3</sub> cm <sup>3</sup>	Beanspruchung					Bohrfestigkeit (m/kg pro 1 cm <sup>3</sup> )		Anmerkung	
									Tiefe mm	Durchmesser mm		Richtung des Bohrloches zur Flaserung oder Schichtung	Art des Bohrens	Ganze Länge der Fäustel-curve cm	Zahl der Fäustel-Schläge	Schneidenarbeit m/kg	ge-messene	relative		
																		f <sub>1cm</sub>		f <sub>3cm</sub>
28	Würfel IX		3	46.79	3.440	9.7	2.781	3.59	38.5	10.7	3.45	⊥ (unentsch.)	Meißelbohrer	61.8 (Mittel)	553	277.3	80.6	Senkrecht		Die drei Bohrungen 27 bis 29 geben bei Correctur der Havrez-Werte (+21%) und Reduction auf die gerade Meißelschneide (—100%) fast identische Werte: 94.6, 97.5 und 96.2 m/kg. Bohrung mittelst frei fallender Fäustelschläge.
29			4	30.24	2.224	6.2	2.781	2.31	20.5	10.8	1.90	do.	Kreuzbohrer	33.8 (Hub)	400	237.8	106.9	110.2	24.1	
30	Würfel X		1	37.00	2.720	7.6	2.655	2.90	29.5	10.5	2.56	(annähernd)	Kreuzbohrer	*61	500	244.3	82.4	Parallel		Druckfestigkeit 1132 und 836 (Böck), Man vergleiche die Tabelle S. 121. Die aus 33 bis 36 aus der gemessenen Bohrfestigkeit abgeleitete Constante a = 3.53 diente zur Berechnung aller Werte der relativen Bohrfestigkeit für die Gneissgranite. Mittlere Bohrfestigkeit aus 900 Schlägen (438.1 m/kg) = 21.2 m/kg.
31			2	53.27	3.917	9.9	2.655	3.73	22.6	14.7	3.85	do.	"	*65	500	263.9	67.4	98.5	21.7	
32			3	91.45	6.724	18.0	2.655	6.78	21.3	20.6	7.08	do.	"	*65	500	261.7	38.9			
33			4	33.85	2.489	6.8	2.655	2.56	30.5	10.2	2.49	⊥ (annähernd)	Meißelbohrer	61.8	500	250.7	100.8	Senkrecht		
34			5	65.41	4.809	12.9	2.655	4.86	20.5	17.8	5.12	do.	"	65	500	274.5	57.1	129.8	27.8	
35			6	92.33	6.784	18.3	2.655	6.89	18.7	21.9	7.01	do.	"	65	500	256.1	37.7			
36			7	280.55	20.629	39.2 + 16.2	2.655	20.79	26.7	31.8	21.30	do.	"	*69	600 + 300	292.1 + 146.0	20.0 24.1			
37	Gabbro (Hypersthenit) Drosendorf in N.-Oe. grobkörnig	IVc	1	32.40	2.382	7.7	2.979	2.59	23.0	11.0	2.19	—	Kreuzbohrer	*65.5	600	337.9	141.8	168.7	34.9	Druckfestigkeit ähnlich fester Diorite 1100—1300 (nach Böhme und Institut statistique).  Havrez-Werte für die relative Bohrfestigkeit um 13% erhöht. Mittel 26.3. Bohrung mittelst freifallender Fäustelschläge.
38			2	59.82	4.399	13.0	2.979	4.36	24.0	15.2	4.32	—	"	*74	600	410.3	93.3			
39			3	96.11	7.067	21.0	2.979	7.05	20.0	21.4	7.20	—	"	*69.5	600	358.9	50.8			
40			4	33.00	2.426	7.5	2.979	2.52	29.0	10.2	2.37	—	Meißelbohrer	*61	600	307.1	126.6			
41			5	64.76	4.762	14.5	2.979	4.87	22.0	16.9	4.95	—	"	*64	600	319.3	67.1			
42			6	83.71	6.155	18.5	2.979	6.21	15.5	22.0	5.89	—	"	*64	600	297.9	48.4			
43			7	256.13	18.833	31.7 + 24.3	2.979	10.64 + 8.16	23.5	31.1	17.88	—	"	*63 *64	600 + 600	243.6 + 251.3	22.8 30.7			
44			8	29.97	2.204	6.8	2.979	2.28	21.5	11.3	2.17	—	Kreuzbohrer	33.4 (Hub)	600	352.6	160.0			
45	Serpentin von Rothengrub, dicht	IIIb	1	122.72	9.023	21.7	2.6	8.35	26.5	20.3	8.59	—	Kreuzbohrer	65	300	157.0	17.4	52.6	12.6*)	Druckfestigkeit von Serpentin 840 (Wiehler). Constante a = 3.06, b = 49.57 für die relative Bohrfestigkeit.
46			2	58.62	4.310	10.2	2.6	3.92	38.5	11.2	3.81	—	"	65	300	166.4	38.6			
47	Krystallinisch-körniger Kalk 1. Von Primersdorf bei Raabs in N.-Oe. (mittel- bis grobkörnig; massig; ähnlich dem etwas gröberkörnigen Marmor von Hradschinger, Sterzing)	IVa	1	60.38	4.440	15.0	2.7	5.56	14.0	20.5	4.62	—	Kreuzbohrer	65	200	104.6	23.6	93.6	18.5	Druckfestigkeit krystallinischer Marmore 267 Carrara (Brix) bis 445 (Rondelet).  Die Bohrungen in diesen beiden Gesteinen mussten wegen Brüchigkeit der angebohrten Platten vorzeitig abgebrochen werden; die gemessenen Werte konnten nur mit Zuhilfenahme der Perzentual-Tabelle (s. S. 122) zur Ermittlung der relativen Bohrfestigkeit dienen.
48			2	42.14	3.098	9.5	2.7	3.52	28.5	11.0	2.71	—	"	65	400	221.8	71.6 (!)			
49			1	85.16	6.262	—	—	—	19.0	21.0	6.58	⊥	Kreuzbohrer	64.5	340	175.2	28.0			
50	2. Zwischen Grein und Spitz a D. (sehr feinkörnig, weiss und grau gebändert, plattig)		2	35.18	2.587	—	—	—	24.0	11.8	2.62	⊥	"	*64.5	340	183.4	70.9 (!)	96.8 22.6		

\*) Wo nicht besonders bemerkt, sind die Havrez'schen Werte für die relative Bohrfestigkeit um 25% erhöht.

51	<b>Dichter Kalk</b> 1. Hallstätter Ammoniten-Marmor (Triaskalk)	IVa	1	42·25	3·107	8·2	2·65	3·09	29·0	11·0	2·76	—	Kreuzbohrer	68	305	185·1	59·6			Druckfestigkeit dichter Marmore 600 bis 700. Constante $a = 14·3$ , $b = 57·2$ für die relative Bohrfestigkeit. Bohrung mittelst freifallender Fäustelschläge. do.
52			2	103·20	7·588	20·7	2·65	7·81	23·0	20·7	7·73	—	"	*68	300	171·8	22·6	71·5	25·3	
53			3	38·26	2·813	7·6	2·65	2·87	26·5	11·0	2·52	—	"	33·6 (Hub)	300	177·3	63·0			
54			4	60·77	4·468	12·3	2·65	4·64	14·5	20·7	4·87	—	"	27·8	400	195·6	43·8			
55	2. Istrianer Kreide- (Rudisten-) Kalke a) von St. Croce	IVa	1	82·18	6·043	15·9	2·642	6·02	17·0	20·7	5·71	—	Kreuzbohrer	*63	300	147·5	24·4			Druckfestigkeit 510 (Rebhann). $a = 9·73$ , $b = 55·6$ .
56			2	37·73	2·774	7·3	2·642	2·76	24·0	10·5	2·08	—	"	63	300	156·3	52·7	65·3	20·4	
57	b) Von Reppen-Tabor	IVa	1	78·50	5·772	15·6	2·642	5·83	18·0	20·7	6·05	—	Kreuzbohrer	63	300	147·5	25·5			Druckfestigkeit 438 (Rebhann). $a = 13·5$ , $b = 48·2$ .
58			2	42·56	3·129	8·5	2·642	3·21	28·0	10·5	2·43	—	"	63	300	156·3	50·0	61·7	22·8*)	
59	<b>Leithakalke:</b> 1. Kaiserstein (harter „echter“ Amelin- oder Pausippstein)	IIIb	1	31·31	2·302	6·0	2·553	2·35	28·0	9·0	1·78	⊥	Kreuzbohrer	58·5	300	134·8	58·6			Druckfestigkeit bis 778 (Rebhann). Bei den Leithakalken wurde von der Reduction der relativen Bohrfestigkeit auf den Meißelbohrer abgesehen und die mittelst des Kreuzbohrers erhaltenen (kleineren!) Festigkeitswerte der Berechnung zu Grunde gelegt.  } Mittel 28·9.  Um 25% höher (erhöhte Havrez-Werte) als auf S. 122, wo $a = 1·59$ und $b = 48·86$ .
60			2	68·55	5·040	13·1	2·553	5·13	27·0	14·5	4·46	⊥	"	*56	300	117·5	23·3			
61			3	193·55	14·232	36·4	2·553	14·27	40·5	20·5	13·32	⊥	"	58·5	600	254·3	17·9			
62			4	135·74	9·981	25·2	2·553	9·87	27·5	20·5	9·04	⊥	"	58·5	400	169·5	17·0			
63			5	34·15	2·511	6·2	2·553	2·43	35·0	9·2	2·33	⊥	Meißelbohrer	61·8	300	163·6	65·1			
64			6	49·98	3·675	9·5	2·553	3·72	36·0	10·5	3·12	⊥	"	58·5	300	134·8	36·7	63·1	13·7	
65			7	140·15	10·305	13·8 + 12·4	2·553	5·40 + 4·86	46·0	17·2	10·67	⊥	"	61·8	300	148·9	27·5			
66			8	103·65	7·621	20·0	2·553	7·83	20·0	21·2	7·06	⊥	"	61·8	300	138·9	30·5			
67			9	184·45	13·562	33·7	2·553	13·20	18·0	31·1	13·72	⊥	"	61·8	300	117·2	8·7			
68	2. Mannersdorf	IIIb	1	29·67	2·182	5·9	2·468	2·39	26·5	9·5	1·88	⊥ unbest.	Kreuzbohrer	*55·5	300	121·3	55·6	68·8	15·0	Druckfestigkeit 213—923 (Rebhann). Die relative Bohrfestigkeit dieses und der folgenden Leithakalke wurde aus der Perzentual-Tabelle III berechnet. Aus 71 folgt: relative Bohrfestigkeit um 51% höher.
69			2	72·95	5·364	14·0	2·468	5·68	28·5	14·8	4·88	do.	"	*58·5	300	128·2	23·9	56·0	12·2	
70			3	168·10	12·360	29·5	2·468	11·95	33·0	20·9	11·32	do.	"	*57	300	120·8	9·8	37·6	8·2**)	
71			4	232·88	17·123	42·3	2·468	17·13	47·0	20·7	15·89	⊥ unbest.	"	*64	500	253·6	14·8	—	—	
72	3. Hundsheim (Conglomerat)	IIIb	1	116·40	8·559	22·3	2·540	8·78	23·5	21·2	8·30	⊥ unbest.	Kreuzbohrer	*58·5	300	127·2	14·9	55·5	12·1	Druckfestigkeit 505 (Rebhann).
73			2	208·15	15·305	39·0	2·540	15·35	42·5	21·2	15·01	⊥ unbest.	"	*58·5	500	212·0	13·9	51·9	11·3	
74	4. Höflein	IIIb	1	154·10	11·330	28·2	2·548	11·07	30·0	20·6	10·00	⊥ unbest.	Kreuzbohrer	58·5	300	127·2	11·2	40·6	8·8	
75			2	198·36	14·585	37·6	2·548	14·76	39·0	21·0	13·49	⊥ "	"	58·5	500	212·0	14·5	53·6	11·7	
76	5. St. Margarethen	IIIa	1	156·72	11·523	22·0	1·944	11·32	30·5	21·1	10·68	⊥ unbest.	Kreuzbohrer	58·5	200	84·8	7·3	27·1	5·9	Druckfestigkeit 75—415 (Rebhann).
77			2	306·18	22·513	42·9	1·944	22·07	56·0	20·9	19·21	⊥ "	"	58·5	400	169·6	7·5	27·6	6·0	
78	6. Breitenbrunn	IIIa	1	19·39	1·425	7·3	1·833	3·98	13·5	10·5	1·17	—	Kreuzbohrer	58·5	50	22·5	15·7	24·9	5·4	Druckfestigkeit 99 (Rebhann).
79			2	35·00	2·573		1·833		26·0	10·5	2·25	—	"	61·8	100	50·1	19·5			
80			3	132·58	9·748		1·833		28·5	20·1	9·04	—	"	61·8	100	47·3	4·9			
81	7. Wöllersdorf	IIIb	1	39·08	2·874	7·7	2·65	2·90	28·5	10·5	2·47	—	Kreuzbohrer	61·8	300	150·4	52·3			Druckfestigkeit 510 (Rebhann). Relative Bohrfestigkeit direct gerechnet $a = 4·73$ , $b = 65·3$ .
82			2	89·44	6·576	18·1	2·65	6·79	20·0	20·5	6·60	—	"	61·8	300	141·9	21·6	70·0	17·3	
83	<b>Gosau-Sandstein</b> (feinkörnig; weicher Schleifstein)	IIIb	1	42·95	3·158	7·9	2·5	3·16	30·0	11·5	3·12	⊥	Kreuzbohrer	65	150	83·2	26·4			Druckfestigkeit der ähnlichen Karpathensteine 200—600 (R. Gunesch). Relative Bohrfestigkeit direct $a = 6·9$ , $b = 32·2$ .
84			2	98·25	7·224	17·9	2·5	7·12	23·0	20·2	7·36	⊥	"	65	200	104·6	14·5	39·1	13·1	

\*) 1. Dieser und der vorhergehende Wert für  $F_3$  würden sich mit Bezug auf die zugehörigen Größen von  $F_1$  widersprechen. Die von einander unabhängige Berechnung läßt diese Differenz aber als innerhalb der Fehlergrenzen der Beobachtung liegend erscheinen. — 2. Aus zwei Beobachtungen für  $d_1 = 1$  und  $d_2 = 2$  cm, folgt durch die Rechnung  $F_3$  stets zu groß!

\*\*) Diese drei, für verschiedene Bohrweiten nach demselben Gesetze (Percentalcurve III) berechneten Werte differiren ganz bedeutend und zeigen an, dass für die weichen, gebräunten Gesteine der Gesteinsklasse IIIa u. z. Thle. IIIb die zu Grunde gelegte Staßfische Formel keine Gültigkeit mehr besitzt: Der Factor des Zerquetschens der Gesteinmasse überwiegt die der Staßfischen Anschauung zu Grunde liegende Beanspruchungsart. Es ist daher in Rücksicht zu nehmen, dass alle aus dem 2 cm-Bohrloch abgeleiteten Festigkeitswerthe für geringere Dimensionen zu klein, für größere Weiten aber noch zu groß sind, so dass die für dieses und die folgenden Gesteine (2—6) angegebenen Maaße von  $F_1$  und  $F_3$  einer Correctur im angegebenen Sinne bedürfen, welche bis zu 30% anwachsen kann. Die Versuchsreihe war leider bereits abgeschlossen, als dieses Ergebnis der Rechnung den dringenden Wunsch nach einer Vervollständigung und Wiederaufnahme der Bohrversuche entstehen ließ.

# Die Versuche der Paris-Lyoner Bahn über die Verdampfung in den Lokomotivkesseln.

Mitgeteilt von Rudolf Ziffer, Ober-Ingenieur der k. k. österr. Staatsbahnen.

(Hiezu Tafel XXIX.)

Unter die Mitglieder des in der Zeit vom 14. bis 23. September 1889 zu Paris stattgehabten internationalen Eisenbahn-Kongresses\*) wurden seitens der französischen Eisenbahn-Gesellschaften einige technische Schriften verteilt, von denen jene über „Etudes expérimentales de la vaporisation dans les chaudières de locomotives, par M. A. Henry, Ingénieur en Chef des Mines, Ingénieur en Chef du Matériel et de la Traction(\*\*)“ besondere Beachtung verdient.

Diese von den „Chemins de fer de Paris à Lyon et à la Méditerranée“ gespendete Schrift bespricht die durch diese Eisenbahn-Gesellschaft seit mehreren Jahren vorgenommenen Versuche über die Verdampfung in den Lokomotivkesseln, und es dürfte eine möglichst vollständige Wiedergabe dieser, im Originale nur einer beschränkten Zahl von Fachgenossen zugänglichen Arbeit umsomehr von Interesse und von Wert sein, als diese Studien mit seltener Gründlichkeit und mit Berücksichtigung und Erforschung aller Nebenerscheinungen durchgeführt wurden. Daß die Verwertung des gewonnenen Materials nur auf Kessel von ähnlichen Verhältnissen zu beschränken und daß die Resultate beispielsweise auf Kessel von Sekundärlokomotiven mit engen Röhren nicht direkt anwendbar sind, vermindert nicht den Wert dieser Arbeit. Wir lassen nun nachstehend deren Inhalt folgen.

## I. Zweck des Studiums, Versuchsapparate.

Die Gesellschaft der „P. L. M.“ hat seit einigen Jahren das experimentale Studium über die Verdampfung in den Lokomotivkesseln zu dem Zwecke betrieben, um die besten Bedingungen für die Einrichtung dieser und ähnlicher Kessel, nach den verschiedenen sich darbietenden Fällen zu ermitteln.

Zu allererst wollte man sich Rechenschaft geben über den Einfluss der Länge der Feuerrohre, dann über das Produktionsvermögen, sowie die ökonomische Ausnützung des Kessels. Wir wissen wohl, daß bei demselben Feuerraum und einer Rohranlage von derselben Rohrzahl und demselben Durchmesser die langen Rohre eine bessere ökonomische Ausnützung gewähren, dagegen das Dampfproduktionsvermögen noch mehr zu begrenzen scheinen. Genügte aber die Sparsamkeitsrücksicht, die Vermehrung des Gewichtes der Maschine und die Verminderung des höchstmöglichen Produktionsvermögens zu rechtfertigen? Ist es in vielen Fällen nicht besser, z. B. bei Maschinen mit großer Geschwindigkeit, jene zu opfern, um den Motor leichter zu machen, und die Grenzen der Dampferzeugungsfähigkeit zu vergrößern?

Derartig sind die Fragen, die die Gesellschaft sich stellte und die durch die Versuche in bestimmter Weise beantwortet werden. Für letztere wurde in der Werkstätte in Paris ein

besonderer Kessel gebaut und aufgestellt, mit einem ganz gleichen Feuerraum wie bei den Personenzugs-Lokomotiven 111 bis 400 (siehe nachstehende Fig. 1), und mit einer Feuerrohranlage von derselben Anzahl der Rohre, vom selben Durchmesser, wie bei diesen Maschinen, aber deren Länge von 7·0 m bis herab auf 2·0 m variieren konnte, sammt den Zwischenlängen von 6·00, 5·00, 4·50, 4·00, 3·50, 3·00 und 2·50 m. Zu diesem Zwecke war der cylindrische Körper des Kessels aus mit Flanschen versehenen Trommeln hergestellt, die mit einander verschraubt waren, an Stelle der gewöhnlich angewendeten vernieteten Trommeln. Die eine dieser Trommeln war mit der Feuerbüchse, die andere mit der Rauchkammer verbunden, welche so angebracht war, wie diejenige der Maschinen 111—400. Indem man die Zahl und die Länge der Zwischentrommeln wechselte, gab man dem Cylinderkessel, folglich der Rohranlage, die gewünschte Länge.

Die wichtigsten Maße dieses Kessels sind:

Zahl der Rohre . . . . .	185 Stück
Außerer Rohrdurchmesser . . . . .	0·050 m
Innerer Rohrdurchmesser . . . . .	0·046 m
Totaler innerer Querschnitt (laufenden Rohr = $T$ . . . . .	0·30747 m <sup>2</sup>
der Rohre im Innern des Brandringes = $t$ . . . . .	0·18833 m <sup>2</sup>
Rostfläche $Q$ , projiziert auf eine horizontale Ebene . . . . .	2·240 m <sup>2</sup>
Verhältnis $\frac{T}{Q}$ . . . . .	0·137
Verhältnis $\frac{t}{g}$ . . . . .	0·084
Heizfläche der Feuerbüchse . . . . .	10·120 m <sup>2</sup>
Rohrlänge und entsprechende innere Rohroberfläche:	
7·0    6·0    5·0    4·5    4·0    3·5    3·0    2·5    2·0 m	
187·15   160·41   133·68   120·31   106·94   93·58   80·21   66·84   53·47 m <sup>2</sup>	

Der im Kessel erzeugte Dampf sammelte sich in einem Dom mit Trockner und Dampfsammler, ganz identisch mit denjenigen bei den Maschinen 111—400. Dieser Dampf strömte ins Freie ab, unbeschadet einer geringen Menge, welche einen in der Rauchkammer untergebrachten Schnelldampfer speiste. Die Speisung des kreisförmigen Schnelldampfers war so geregelt, daß man immer den gewünschten Zug bekommen und aufrecht erhalten konnte. Der Zug wurde angezeigt durch die Depression einer Wassersäule, gemessen in Millimeter, welche zwischen dem Inneren des Aschenkastens und dem Inneren der Rauchkammer angebracht war. Vorversuche hatten gezeigt, daß der Zug von 25 mm bei den Lokomotiven 111—400 in jenen Fällen genügte, wo sie noch entfernt sind, ihre volle Leistung auszuüben, daß der Zug von 45 mm ganz genau mit dem normalen Produktionsvermögen übereinstimmt, und daß man nur sehr selten 75 mm erreicht, wenn man der Maschine ihre Maximalleistung geben will; diese Zuggrößen wurde auch bei den Versuchen angenommen.

Unabhängig vom Einfluss der Länge der Rohre wollte man sich Rechenschaft geben über den Einfluss des in der Feuerbüchse anzutreffenden Ziegelgewölbes und des Tenbrink-Vorwärmers. Die Feuerbüchse des Versuchskessels war so ein-

\*) Siehe Nr. 40 und 41 der Wochenschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereines, Jahrgang 1889.

\*\*) Juillet 1889. Paris. Impr. A. Maulde & Cie., rue de Rivoli 144.



gerichtet, daß nach Belieben Tenbrink oder Ziegelgewölbe eingesetzt und wieder entfernt werden konnte. Es wurden aufeinanderfolgend ein langes Gewölbe von 1·65 m und ein kurzes Gewölbe von 1·212 m angewendet. Der Tenbrink-

kessel wurde im Verhältnis zur Rostfläche der bei der Orléans-Bahn gebräuchlichen Type angepasst.

Die nachfolgenden Skizzen (Fig. 2 und 3) und Tabelle geben ein Bild der getroffenen Anordnungen.

Fig. 2.

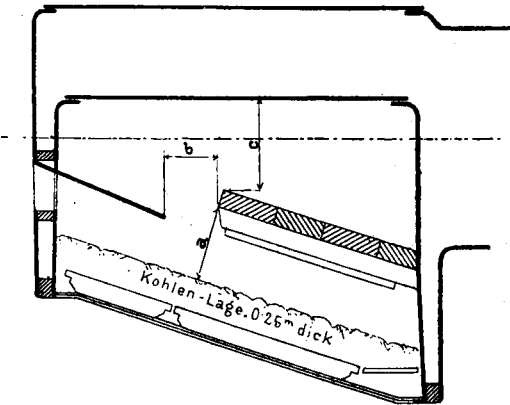
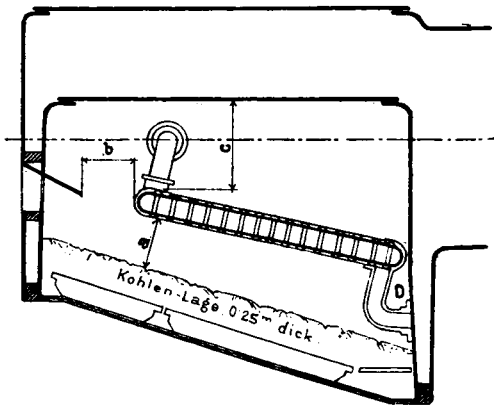


Fig. 3.



Einrichtung der Feuerbüchse	Rost- fläche G	Querschnitte			A **)	Verhältnisse				Anmerkungen
		a *)	b	c		$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	$\frac{c}{c}$	$\frac{A}{G}$	
	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>	m <sup>2</sup>					
Langes Gewölbe .....	2·24	0·350	0·381	0·470	—	0·15	0·16	0·20	—	*) Inbegriffen den freien Durchgang zu beiden Seiten des Deflectors. **) Totaler Querschnitt, inbegriffen den Durchgangsraum der Gase hinter, zu beiden Seiten und vor dem Vorwärmer.
Kurzes Gewölbe .....	2·24	0·350	0·800	0·570	—	0·15	0·35	0·25	—	
Tenbrink-Vorwärmer .....	2·24	0·313	0·373	0·420	0·424	0·14	0·16	0·18	0·18	

II. Durchgeführte Versuche. — Beobachtete Daten.

Für jede versuchte Rohrlänge von 7·0, 6·0, 5·0, 4·5, 4·0, 3·5 und 3·0 m wurden vier Versuchreihen gemacht, und zwar mit dem gewöhnlichen Feuerraum, mit dem langen Gewölbe, dem kurzen Gewölbe und dem Tenbrink-Vorwärmer. Vorversuche ergaben bei den kürzeren Rohren (unter 3·0) keine befriedigenden Resultate, daher mit 2·5 und 2 m Rohrlänge nicht mehr experimentirt wurde. Das kurze Gewölbe wurde nur abwärts von 6·0 m Länge bei den Versuchen angewendet. Jede Serie umfasste drei Versuche mit Zügen von 25, 45 und 75 mm. Der Zug wurde mittelst eines Wassermanometers gemessen, welches einerseits mit der Rauchkammer, andererseits mit dem Aschenkasten in Verbindung gesetzt war. Um den gewünschten Zug zu erhalten, wurde der Schnelldampfhahn gehandhabt. Jeder Versuch dauerte ungefähr drei Stunden. Außer der genauen Zeitdauer wurde nach jedem Versuch die Menge der verbrannten Kohle, das Gewicht und die Temperatur des Speisewassers gemessen und außerdem die Menge der erzeugten Flugasche, die chemische Zusammensetzung der Rauchkammerngase und deren Temperatur, sowie die Menge des vom Dampf mitgerissenen Wassers bestimmt.

Verbrauchte Kohle. Es wurden Briquettes von Mariemont mit unschmelzbarer Asche verwendet.

Ihre genaue Zusammensetzung und kalorische Kraft wurden wiederholt bestimmt, dieselbe blieb auch während der ganzen Versuchsperiode die gleiche. Die chemische Analyse dieser Briquettekohle im rohen Zustande ergab:

Kohlenstoff . . . . .	82·88 %
Wasserstoff . . . . .	4·21 %
Sauerstoff und Stickstoff . . . . .	6·55 %
Wasser . . . . .	2·25 %
Asche . . . . .	4·11 %

} 100 %

Die mittlere kalorische Kraft, welche mit Hilfe eines Kalorimeters durch direkte Verbrennung im Sauerstoff bestimmt wurde, betrug 7880 Kalorien per Kilogramm roher Kohle.

Feuerbeschickung. Zahlreiche Vorversuche wurden unternommen, um eine Feuerbeschickung zu ermitteln, die immer gut vergleichbare Resultate liefert. Sie ergaben den Schluss, daß der am besten zu befolgende Weg darin bestehe, das Feuer in dem Momente zu beschicken, wo die Temperatur der Gase in der Rauchkammer eine niedrigere wird, nachdem sie durch eine gewisse Zeit auf einer Maximalhöhe, eventuell konstanten Höhe während der ganzen Dauer des Versuches verblieben ist. Bei Einhaltung dieses Vorganges wurden immer dieselben Zahlenwerte für die verbrauchte Kohle und das verdampfte Wasser erhalten. Da dieses System gleichzeitig das größte Produktionsvermögen und den Größtwert des ökonomischen Ergebnisses erreichen lässt, so wurde diese Art der Beschickung für die ganze Versuchsperiode beibehalten. Zu diesem Zwecke waren in der Rauchkammer ein Luft-Thermometer in Verbindung mit einem Schwimmer-Apparat angebracht. Sobald der Schwimmer ein wenig unter die der Maximaltemperatur entsprechende Marke fiel, setzte er eine elektrische Klingel in Bewegung, worauf die Feuerbeschickung erfolgte. Mit dem



Anbrennen der neuen Kohlenlage stieg die Temperatur, wobei die elektrische Klingel zur Ruhe kam.

Erst beim Wiederertönen des Signales wurde weiteres Feuerungsmaterial eingebracht. Der sehr vielfach wiederholte Versuch ergab, daß einem jeden Zug eine gewisse Dicke der Kohlschichte entsprach, welche bessere Resultate lieferte, wie jede andere, und welche während der jedem Versuche vorangehenden Vorbereitungsperiode leicht ermittelt werden konnte.

Sobald man die Stärke der Kohlenlage angenommen, hatte dieselbe bei Beginn der Funktionirung der Klingel immer die gleiche Stärke. Um soviel als möglich jede Ungewissheit über die Menge der am Rost bleibenden Kohle zu vermeiden, wurden alle Versuche beim Ausklingen der Glocke begonnen und beendet.

**Verdampftes Wasser.** Der Kessel wurde von einem Injecteur gespeist, welcher das Wasser aus einem gefüllten Behälter saugte, welcher behufs Ablesens der angesaugten Wassermenge mit einem mit großer Sorgfalt eingetheilten Maaßstab versehen war. Das durch Ueberfüllen des Injektors verlorene Wasser wurde in einem Kasten gesammelt und durch einen Maßstab gemessen. Vor Beginn des Versuches wurde der Kessel derartig gespeist, daß das Kesselwasser bis zu einer am Rohre angebrachten Marke reichte, zu welcher Zeit das im Behälter rückgebliebene Wasservolumen notirt wurde. Bei Beendigung des Versuches wurde dieser Vorgang wiederholt. Das Volumen des aus den Speisebehälter entnommenen Wassers, vermindert um jenes, welches im Kasten unter dem Ueberlaufhahn des Injektors angesammelt hatte, ergab das durch den Kessel verdampfte Wasser.

**Erzeugte Asche, Kohlenrückstände.** Die erzeugte Asche wurde nach jedem Versuche unter dem Rost, in der Rauchkammer und in den Siederohren gesammelt. Um auch die durch die Verbrennungsgase mitgerissene Kohle und Asche zu erhalten, trug der Rauchfang unterhalb des Funkenfängers einen Sammelapparat zur Ablagerung der Asche. Kohlen und Asche wurden nach jedem Versuch innig gemengt, deren Gewicht und die mittlere Zusammensetzung bestimmt.

**Chemische Analyse der Verbrennungsgase.** Während der Dauer eines Versuches wurden die Rauchkammerngase analysirt. Mit Hilfe eines Dampf-Injektors wurden die Gase rasch in den „Orsat'schen Apparat“ eingeführt. Diese Analysen ergaben die Zusammensetzung der Gase in dem Momente, wo der Apparat in Gang gesetzt wurde, und dienten besonders dazu, um das Personale über den Fortgang des Versuches zu unterrichten. Während der ganzen Dauer des Versuches war ein langsam wirkender Saugapparat in Thätigkeit, welcher aus den die Rauchkammer durchströmenden Gasen einen gewissen Theil ansaugte und ein Gasgemenge lieferte, welches das Mittel des ganzen Versuches repräsentirte.

Zwei aus diesem Saugapparat genommene Stichproben, wurden mit großer Sorgfalt mittelst des Endiometers von Regnault \*) analysirt. Damit die angesaugten Gase in Wirk-

\*) Absorptionsröhre, Verbrennungsröhre für die auf chemischen Wege auszuführende volumetrische Gasanalyse.

lichkeit das Mittel der Verbrennungsgase im Momente der Thätigkeit des Saugapparates darstellen, waren ganz besondere Vorsichtsmaßregeln angewendet worden, um das Eindringen der Luft durch die Fugen der Rauchkammerthüre zu verhindern. Außerdem sind am Rauchfanguntersatz Schaufeln (chicanes) angebracht worden, um die Gase gut zu mischen, und oberhalb dieser Schaufeln geschah die Gasentnahme durch den Saugapparat.

**Temperatur der Gase in der Rauchkammer.** Bei langen Feuerrohren, und wenn die Temperatur in der Rauchkammer unter dem Siedepunkte des Quecksilbers war, konnte die Temperatur mittelst eines gewöhnlichen Thermometers gemessen werden. Bei den Rohrlängen unter 4'0 m geschah dies mit dem vielfach erprobten Pyrometer von Salleron. Außer dem Quecksilber-Thermometer und dem kaloriferischen Hitzegradmesser wurde in der Rauchkammer ein Luft-Thermometer mit Metallgehäuse angebracht. Dieser Apparat, welcher nicht mit Genauigkeit die wirkliche Temperatur anzeigt, dagegen mit großer Empfindlichkeit die Temperaturschwankungen während eines Versuches bekanntgibt, wurde mit einem Zeigerapparate in Verbindung gesetzt, welcher, wie bereits früher erwähnt, auf die elektrische Klingel einwirkte, wodurch die Intervalle für das Nachheizen geregelt waren.

**Das vom Dampf mitgerissene Wasser.** Um zu erkennen, ob der erzeugte Dampf Wasser mitreißte, und eintretendenfalls das Verhältnis dieses mitgerissenen Wassers zu bestimmen, wurde eine gewisse Menge Dampf in den durch einen kleinen Oberflächen-Kondensator gebildeten Kalorimeter geleitet. Der Kondensator wurde durch konstant zufließendes Wasser, welches genau gemessen wurde, gekühlt. Bei jedem Versuche wurde notirt:

1. Das Gesamtgewicht des im Kondensator angesammelten Wassers;
2. das Gesamtgewicht des Kühlwassers, welches um den Kondensator cirkulirte;
3. die Temperatur des in den Kondensator eintretenden Dampfes und des austretenden Kondensationswassers;
4. die Temperatur des Kühlwassers beim Eintritt und beim Ausfluss.

Aus diesen Daten läßt sich das vom Dampf mitgerissene Wasser bestimmen. Dieses Verhältnis war nahezu Null, sobald der Dampf den im Dampfdom eingebauten Trockner passirte. Sobald der Dampf direkt dem Kessel entnommen war, wurden sehr verschiedene und oft sehr bedeutende Mengen mitgerissenen Wassers gefunden.

### III. Erhaltene Resultate.

Aus den Abmessungen und Erhebungen, von denen vorher die Rede war, wurden bei jedem Versuche folgende Gewichte gerechnet:  $P_1$  das Gewicht der rohen pro Stunde verbrannten Kohle und  $E_1$  jenes des stündlich verdampften Wassers. Bedeuten  $P$  die Lebhaftigkeit oder Thätigkeit der Verbrennung,  $E$  das Verdampfungsvermögen des Kessels, so ist der ökonomische Effekt (Ausnützung) gleich  $\frac{E}{P}$ . Für jeden Feuerraum wurden Diagramme entworfen, indem als Abscissen die Rohrlängen und als Ordinaten die Werte von  $P$  und  $E$  aufgetragen wurden. Die so erhaltenen Punkte geben infolge der bei den Versuchen trotz aller Vorsichtsmaßregeln auftretenden



Unregelmäßigkeiten keine ganz regelmäßig verlaufenden Kurven; es wurden dafür die ausgleichenden Kurven gesetzt, wie es die auf Tafel XXIX gegebenen Figuren veranschaulichen. Fig. 1—4 enthält die Werte von  $P$ , Fig. 5—8 jene von  $E$ , Fig. 9—12 die Werte von  $\frac{E}{P}$ . Die Tabellen

Nr. 1, 2, 3 drücken diese Versuchsergebnisse in Zahlen aus. Die Schlüsse, die sich aus dem Studium dieser Tabellen ziehen lassen, werden später unter V. besprochen werden.

Aus der Tabelle 4 ist für jeden Versuch die Menge der Flugasche, welche pro 1000 kg roher verbrannter Kohle erzeugt wird, ersichtlich. Man erkennt, daß das Vorhandensein eines Gewölbes oder eines Tenbrinks im Feuerraum sehr die Menge der Flugasche vermindert, daß im Allgemeinen die langen Rohre bei mäßigem Zuge mehr Flugasche geben als die kurzen Rohre und daß der Zug einen großen Einfluss auf die Menge der erzeugten Flugasche hat.

Die Analyse der Rauchkammerngase gestattet, die volumetrische Menge von Kohlenoxyd  $CO$  und Kohlenensäure  $CO_2$  zu bestimmen. Das Verhältnis  $\frac{CO}{CO + CO_2}$ , welches den Bruchtheil des nicht vollkommen verbrannten Kohlenstoffes der verwendeten Kohle darstellt, kann als Maßstab für die unvollkommene Verbrennung dienen. Aus der Bestimmung des Stickstoffes und Sauerstoffes in Verbindung mit derjenigen der Kohlensäure und des Kohlenoxydes wurde bei jedem Versuche das Volumen der pro Kilogramm verbrannter Kohle verbrauchten Luft gerechnet.

Die Werthe des Verhältnisses  $\frac{CO}{CO + CO_2}$  sind in der Tabelle Nr. 5 enthalten. Aus derselben geht hervor, daß die Anwendung eines Gewölbes oder Tenbrinks im Feuerraum immer die Verbrennung begünstigt, daß der Einfluss der Rohrlängen unbestimmt ist, und daß, je mehr der Zug vergrößert wird, desto unvollkommener die Verbrennung ist. Der Einfluss wird jedoch bei gleichen Verhältnissen sehr gering bei Anwendung der Ziegelgewölbe oder Tenbrinks. Das Verhältnis des Kohlenstoffes, welcher im Zustand des Kohlenoxydes verbleibt, beträgt im Mittel 8%.

Die Tabelle Nr. 6 gibt in Kubikmeter das Volumen der bei jedem Versuche pro 1 kg verbrannter roher Kohle verbrauchten Luft. Dieses Volumen variiert wenig. Es ist größer beim gewöhnlichen Feuerraum, als bei demjenigen mit Gewölbe oder Tenbrink-Vorwärmer. Die Länge der Feuerrohre scheint auf das Volumen verbrauchter Luft keinen Einfluß auszuüben. Bei vergrößertem Zuge vermindert es sich.

Die Kurven der Fig. 13—16 auf Taf. XXIX und die Zahlen der Tabelle Nr. 7 erklären den Wechsel der mittleren Temperaturen in der Rauchkammer im Verlaufe der vorgenommenen Versuche. Es ergibt sich hieraus:

Die Anwendung eines Gewölbes oder Tenbrinks reduziert die Temperatur der Gase. Die Wirkung des langen Gewölbes und des Tenbrinks ist genau dieselbe und äußert sich durch eine Verminderung von 4 bis 6% im Mittel. Das kurze Gewölbe lässt nur eine mittlere Verminderung von 1 bis 3% zu.

Die Temperatur nimmt konstant zu bei Verkürzung der Rohre. Beim Uebergange von 5.0 m Röhren auf 3.0 m Rohre, steigt die Temperatur um 40 bis 50%. Die Unterschiede werden um so größer, je größer der Zug wird; sie sind jedoch von der Beschaffenheit des Feuerraumes unabhängig.

Mit zunehmendem Zug nimmt die Temperatur zu und steigt im Mittel um 20% beim Uebergang des Zuges von 25 mm auf 75 mm.

Aus den beobachteten Erscheinungen wurden bestimmt:

1. Das Verhältnis zwischen der Wärme  $C_1$ , welche durch die wirklich stattgefundene Verbrennung erzielt wurde, und der Wärme  $C$ , welche bei vollkommener Verbrennung der verbrauchten Kohle erzielt worden wäre; dieses Verhältnis stellt den ökonomischen Koeffizienten dar, wenn der Kessel als Verbrennungs-Apparat betrachtet wird;
2. das Verhältnis zwischen der Wärme  $C_2$ , welche durch den im Kessel erzeugten Dampf zum Ausdruck kommt, und der Wärme  $C_1$ , welche durch wirklich stattgefundene Verbrennung freigegeben worden, stellt den ökonomischen Koeffizienten dar, wenn der Kessel als Wärmewechsel-Apparat betrachtet wird;
3. die Verluste an Wärme aus verschiedenen Ursachen.

Oekonomischer Koeffizient  $C_1 : C$ , wenn der Kessel als Verbrennungs-Apparat (app. de combustion) betrachtet wird. Der Wert von  $C$  ergibt sich aus der Bestimmung des kalorischen Werthes der angewendeten Kohle.

Der Wert von  $C_1$  wird erhalten, wenn man von  $C$  jene Wärmemenge in Abzug bringt, welche durch die vollkommene Verbrennung des in den Verbrennungsgasen enthaltenen Kohlenoxydes entstehen würde, dann jene der Verbrennungsrückstände, welche unter dem Rost, in den Feuerrohren, in den Rauchkammern und im Rauchfang gesammelt wurden, und die in der Wirklichkeit als verloren zu betrachten sind. Die Werte von  $C_1 : C$  sind in der Tabelle Nr. 8 enthalten. Hiernach ist  $C_1 : C$  um drei bis vier Prozent geringer bei dem gewöhnlichen Feuerraum. Der Einfluss der armirten Feuerräume durch Gewölbe oder Tenbrink ist der gleiche. Die Länge der Rohre scheint auf dieses Verhältnis keinen wesentlichen Einfluss zu haben. Wenn der Zug vergrößert wird, vermindert sich  $C_1 : C$  konstant. Die mittlere Verminderung ist beim gewöhnlichen Feuerraum merklicher wahrzunehmen als beim armirten Feuerraum.

Oekonomischer Koeffizient  $C_2 : C_1$ , wenn der Kessel als Wärme-Umtauschapparat betrachtet wird. Die directe Beobachtung ergab bei jedem Versuche die mittlere Temperatur des Speisewassers, sowie den mittleren Druck und die Temperatur des erzeugten Dampfes. Da dieser Dampf immer als trocken befunden wurde, so war es leicht, die Wärmemenge  $C_2$  zu berechnen, welche er absorbiren musste, um aus dem flüssigen Zustande des Wassers in Dampfform überzugehen. Tabelle Nr. 9 enthält die für das Verhältnis  $C_2 : C_1$  gefundenen Werte. Die Verschiedenheiten dieses Verhältnisses sind denjenigen von  $E : P$  ähnlich.  $E : P$  stellt den ökonomischen Effekt des Kessels dar, wenn derselbe gleichzeitig als Verbrennungs- und Wärme-Umtauschapparat angesehen wird.

Die Anbringung eines Gewölbes oder Tenbrink in dem Feuerraum, vergrößert deutlich das Verhältnis  $C_2 : C_1$  unbeschadet der seltenen Ausnahmen, welche nur bei den langen Rohren vorkommen. Die relative Vergrößerung ist umso bedeutender, wenn die Rohre kürzer und der Zug größer werden. Der Einfluss des Tenbrink ist größer als derjenige des langen Gewölbes, und der des letzteren größer als beim kurzen Gewölbe. Bei den Rohren von 4—4.5 m und dem gewöhnlichen Zug beträgt der Nutzen beim kurzen Gewölbe 4—5%, derjenige beim langen Gewölbe 5—6% und beim Tenbrink 6—7% in Bezug auf den gewöhnlichen Feuerraum.

$\frac{C_2}{C_1}$  nimmt sehr rasch ab, wenn man die Rohre verkürzt.

Diese Abnahme ist bedeutender beim gewöhnlichen Feuerraum als bei dem armirten Feuerraum. Die Abnahme beträgt 18% beim gewöhnlichen Feuerraum, 15% beim kurzen Gewölbe und 14% beim langen Gewölbe und Tenbrink, bei dem gewöhnlichen Zug und dem Uebergang von 5.0 m langen Rohren auf 3.0 m lange Rohre.

Jede Erhöhung des Zuges verursacht eine Verminderung von  $C_2 : C_1$ . Diese Verminderung ist umso merklicher, je kürzer die Rohre sind. Im Allgemeinen ist die Verminderung von  $C_2 : C_1$  bedeutender beim gewöhnlichen Feuerraum als beim armirten Feuerraum.

Wärmemenge  $C_3$ , welche durch die Verbrennungsgase entzogen wird. Nachdem die Zusammensetzung der Verbrennungsgase bekannt war, so konnte auch leicht das Gesamtgewicht dieser Gase berechnet werden. Da auch deren Temperatur bekannt war, so konnte die von ihnen abgeführte Wärmemenge  $C_3$  bestimmt werden.

Die Tabelle Nr. 10 gibt die verschiedenen Werte, welche für das Verhältnis  $C_3 : C_1$  gefunden wurden.

Das Verhältnis der durch die Gase entzogenen Wärme ist merklich größer beim gewöhnlichen Feuerraum als bei den anderen. Beim langen Gewölbe ist der Verlust im Allgemeinen am kleinsten; bei den Rohren von 4—5.0 m ist der Einfluss des Tenbrinks ungefähr derselbe wie beim langen Gewölbe; er ist auch immer deutlicher wahrnehmbar, als beim kurzen Gewölbe.

$\frac{C_3}{C_1}$  wächst mit der Verkürzung der Rohre und umso rascher, je größer der Zug wird. Beim gewöhnlichen Zug und Vornahme der Versuche vom 5.0 m Rohr bis zum 3.0 m Rohr beträgt die Vergrößerung 54% beim gewöhnlichen Feuerraum, 50% beim langen Gewölbe, 48% beim kurzen Gewölbe und 55% beim Tenbrink.

Das Verhältnis wächst mit dem Zuge im Mittel um 16% bei Uebergang des 25 mm Zuges auf den von 75 mm.

Wärme  $C_4$ , welche durch Leitung und Ausstrahlung verloren geht.  $C_4$  wird aus den Werten der erzeugten Wärme  $C_1$ , aus der im Dampf aufgespeicherten Wärme  $C_2$  und der durch die Verbrennungsgase entzogenen Wärme  $C_3$  durch die Gleichung  $C_1 = C_2 + C_3 + C_4$  bestimmt.

Die für das Verhältnis  $C_4 : C_1$  gefundenen Werte gelangten in Tabelle Nr. 11 zur Darstellung.  $C_4 : C_1$  erreicht beim

Tenbrink den kleinsten, beim gewöhnlichen Feuerraum den größten Wert. Es wächst rasch bei der Rohrverkürzung, insbesondere beim Uebergang vom 5.0 m Rohre auf 3.0 m Rohre und Anwendung des gewöhnlichen Zuges. Das Variiren beträgt 4—12% beim gewöhnlichen Feuerraum, 3 bis 10% beim langen Gewölbe, 3—11% beim kurzen Gewölbe und 2—8% beim Tenbrink.  $C_4 : C_1$  wächst mit dem Zug umso rascher, als die Rohre kürzer werden.

Vertheilung der totalen Wärme, welche die vollkommene Verbrennung der rohen Kohle erzeugen würde. Die Tabelle Nr. 12 fasst in Kürze die Tabellen Nr. 8, 9, 10 und 11 zusammen und demonstriert die Vertheilung der totalen Wärme, welche durch die vollkommene Verbrennung der verbrauchten Kohle erzeugt wurde, dargestellt pro 1000, unter die vier folgenden Größen:

$C - C_1$  die nicht freigewordene Wärme, im Verhältnis der erzeugten Verbrennungsrückstände und des Kohlenoxydes, welches in den Verbrennungsgasen enthalten ist;  $C_2$  die im erzeugten Dampf angesammelte Wärme;  $C_3$  die durch die Verbrennungsgase entzogene Wärme;  $C_4$  die durch Strahlung und Leitung verlorene Wärme.

#### IV. Ergänzende Versuche.

Einfluss der Zahl der Rohre. Es tritt wiederholt der Fall ein, daß eine Anzahl von Röhren im Dienste durch die Flugasche verlegt oder durch die Reparaturen an den Rohrwänden gänzlich verstopft werden. Um nun über den Einfluss dieser ausfallenden Rohre unterrichtet zu sein, wurden mit 4.0 m Rohren und einem gewöhnlichen Feuerraum, und einem kurzen Gewölbe beim Zug von 45 mm und 75 mm ergänzende Versuche gemacht, nachdem 5%, 10% und 15% der Rohrzahl verstopft wurden.

Die verstopften Rohre waren gleichmäßig im Kessel vertheilt. Die erhaltenen Resultate dieser Versuche sind in Tabelle Nr. 13 eingetragen.

Die verbrannte Kohle und die pro Stunde verdampfte Wassermenge nehmen deutlich wahrnehmbar ab nach Maßgabe der Rohrzahl, jedoch in etwas kleinerem Verhältnisse. Das pro Kilogramm verbrannter Kohle verdampfte Wasser bleibt genau dasselbe für den gewöhnlichen Feuerraum, erfährt jedoch eine minimale Vermehrung beim kurzen Gewölbe. Die übrigen Größen zeigen keine besonders bemerkbaren Abweichungen. Hieraus ergibt sich, daß bei einem gleichen Feuerraum und beim gleichen Zug der Ausfall eines Theiles der Siederohre den ökonomischen Effekt des Kessels nicht bedeutend ändert, aber sein Dampfproduktionsvermögen in einem geringeren Verhältnisse vermindert, als das Verhältnisse der unterdrückten Rohre ist. Um dasselbe Produktionsvermögen wieder zu erhalten, muss man den Zug vergrößern und folglich den ökonomischen Effekt vermindern.

#### V. Resumé.

Werden nur die drei Hauptelemente, und zwar die Lebhaftigkeit der Verbrennung  $P$ , das Produktionsvermögen  $E$  und der ökonomische Effekt  $\frac{E}{P}$  betrachtet, so lassen sich die Resultate der Untersuchungen in folgender Weise zusammenfassen.

Einfluss der Beschaffenheit des Feuerraumes. Die Anbringung eines Gewölbes oder Tenbrinks vermindert die Verbrennungslebhaftigkeit. Bei Rohren von 5·0 m und darunter beträgt die Verminderung 12—18% für das lange Gewölbe und 3—10% für das kurze Gewölbe und den Tenbrink.

Die Beschaffenheit des Feuerraumes beeinflusst das Produktionsvermögen  $E$  in der Weise, daß bei Rohren von 5·0 m und darunter das lange Gewölbe eine 2—10%ige Verminderung ergibt. Das kurze Gewölbe vermindert  $E$  um 3% im Maximum bei Rohren von 5·0—4·0 m; dagegen tritt eine Vermehrung des Produktionsvermögens bis zu 4% ein bei Rohren von 4·0 m Länge und darunter. Der Tenbrink bewirkt bei Rohrlängen unter 4 m eine Vermehrung bis zu 5%.

$\frac{E}{P}$  ist immer größer bei einem Gewölbe oder Tenbrink als beim gewöhnlichen Feuerraum. Das kurze Gewölbe gibt eine Verbesserung von 6—9%, das lange Gewölbe und der Tenbrink eine Verbesserung von 8—12%. Die Verbesserung ist umso größer, als die Röhren kürzer und der Zug energischer werden.

Einfluss der Rohrlängen. Beim Verkürzen der Rohre wird  $P$  konstant größer, bei zunehmendem Zug wird die Vergrößerung verlangsamt. Beim Uebergehen von 5·0 m auf 3·0 m Rohre beträgt die Vergrößerung 11—19%, im Mittel 15%.

Bei Verkürzung der Rohre beginnt  $E$  kontinuierlich zu wachsen und erreicht seinen Größtwert bei einer Rohrlänge von 4·0—4·5 m; kürzere Rohre verringern das Produktionsvermögen  $E$ . Bei Anwendung von Rohren von 5·0 m bis 3·0 m wurde eine Endverminderung von 6—8% beim gewöhnlichen Feuerraum erreicht. Die Werthe von  $E$  blieben bei diesen Rohrlängen und Anwendung des schwachen und mittleren Zuges bei den Gewölben und beim Tenbrink gleich, bloß der starke Zug bewirkte eine 2—5%ige Verminderung des Produktionsvermögens.

Je kürzer die Rohre, desto kleiner  $\frac{E}{P}$ . Die Verminderung des ökonomischen Effektes  $\frac{E}{P}$  ist bis zu den 4·0 m Rohren eine langsame, bei Rohrlängen unter 4·0 m verringert sich der ökonomische Effekt sehr rasch. Bei der Verkürzung der Rohre von 5·0 m auf 4·0 m und Anwendung des Gewölbes oder Tenbrinks wird der ökonomische Effekt um 5% verringert, dagegen um 10% bei weiterer Verkürzung der Rohre bis zu 3·0 m.

Der Totalverlust beträgt beim gewöhnlichen Feuerraum 19%, beim langen Gewölbe 14%, beim kurzen Gewölbe 16%, beim Tenbrink 15% bei Anwendung von 3·0 m Rohren.

Einfluss des Zuges. Sobald der Zug sich vergrößert, wächst  $P$  regelmäßig. Zwischen 25 und 75 mm Zug beträgt das Wachsthum pro Millimeter 1·4—1% des Wertes von  $P$  bei 45 mm Zug. Dieses Wachsen ist umso weniger rasch, als der Zug stärker wird, und bleibt konstant, unabhängig vom Feuerraum und von der Rohrlänge.

$E$  ändert sich wie  $P$ , jedoch weniger schnell wie  $P$ . Zwischen 25 und 75 mm Zug beträgt das Wachsthum pro

Millimeter 1·3—0·8% des Wertes von  $E$  bei 45 mm. Dieses Wachsen von  $E$  wird mit zunehmendem Zug schneller, wobei die Beschaffenheit des Feuerraumes und die Länge der Rohre keinen merklichen Einfluss ausüben.

Wenn der Zug sich vergrößert, vermindert sich  $\frac{E}{P}$  konstant und umso rascher als die Rohre länger werden. Wenn man vom Zug von 25 mm auf denjenigen von 75 mm übergeht, erreicht die Totalveränderung von  $\frac{E}{P}$  beim gewöhnlichen Feuerraum 9·3% seines Wertes bei 45 mm, desgleichen 5·6% beim kurzen Gewölbe und 4·7% beim langen Gewölbe und Tenbrink.

Einfluss der Zahl der Rohre. Bei Verminderung der Rohre ohne Aenderung des Querschnittes vermindert sich  $P$  und  $E$  in einem weniger großen Verhältnis,  $\frac{E}{P}$  bleibt konstant.

#### IV. Schlüsse, Verwertung der Versuche für die Praxis.

Da das Produktionsvermögen im Allgemeinen die wichtigste Eigenschaft ist, welche der Lokomotive — bei gleichzeitiger Sicherung des ökonomischen Effektes — gegeben werden muss, so müssen alle jene Bedingungen verwirklicht werden, welche zur Entwicklung, bezw. zur Erhöhung des Produktionsvermögens mithelfen. Von all' den Schlüssen, welche aus dem Vorangehenden zu ziehen sind, und bei der Konstruktion von Lokomotiven, welche einen dem Versuchskessel ähnlichen Feuerraum und Feuerrohre besitzen, verwertet werden zu können, sind nachstehende die wichtigsten:

1. In Bezug auf den Feuerraum wäre es erwünscht, das kurze Gewölbe oder den Tenbrink zu adoptiren, da diese Anlage bei der Feuerrohrlänge von 4·0—4·5 m gegenüber dem gewöhnlichen Feuerraum ein wenigstens gleiches oder fast immer höheres Produktionsvermögen und stets einen besseren Effekt ergibt. Die Wahl zwischen Tenbrink und Gewölbe (Chamottebögen) kann nur durch den Kostenpunkt beeinflusst werden. Der Tenbrink-Vorwärmer\*) verursacht wohl bedeutendere Mehrauslagen gegenüber dem kurzen Gewölbe, vergrößert aber nach den vorstehenden Versuchen das Produktionsvermögen und den ökonomischen Effekt um ungefähr 3%.

2. Bezüglich der Konstruktion der Feuerrohre, sollen selbe laut den vorgenommenen Versuchen 4·0—4·5 m lang gemacht werden. Diese Rohrlänge sichert das Maximum des Produktionsvermögens und gibt einen guten ökonomischen Effekt. Müssen daher Lokomotiven mit einem bedeutenden Adhäsionsgewicht konstruirt werden, so wäre das Gewicht der Maschine nicht durch Annahme längerer Feuerrohre, sondern auf andere Weise zu vergrößern, da das Produktionsvermögen bei Anwendung längerer als 4·5 m Rohre sich wesentlich verringert. Sollen dagegen leichte Maschinen konstruirt werden, so darf die Gewichtsverminderung nicht

\*) Vergleiche Glaser's „Annalen für Gewerbe und Bauwesen“, Jahrg. 1884, Heft 10, 11, 12, Nr. 166, 167, 168; Heusinger von Waldegg's „Organ f. d. F. d. E.“ 1883, Bd. XX, Heft 6; „Die Lokomotivfeuerbüchse“ von Johann Pechar, Wien 1884, Spielhagen und Schurich.

**Tabellen Nr. 1 bis 6.**

Zug von mm	Rohrlängen	Gewöhnlicher Feuerraum			Langes Gewölbe			Kurzes Gewölbe			Tenbrink-Vorwärmer			In Bezug auf den gewöhnlichen Feuerraum*)									Anmerkungen	
														Langes Gewölbe			Kurzes Gewölbe			Tenbrink Vorwärmer				
		25	45	75	25	45	75	25	45	75	25	45	75	25	45	75	25	45	75	25	45	75		
Tabelle Nr. 1. Verbrauch an Kohle pro Stunde P		7-0	kg 353	kg 504	kg 668	kg 305	kg 438	kg 580	—	—	—	kg 301	kg 442	kg 586	86	87	87	—	—	—	85	88	88	*) Der gewöhnliche Feuerraum wird pro 100 dargestellt.
6-0	370	525	697	318	452	594	349	488	639	327	471	618	86	86	85	94	93	92	88	90	89			
5-0	404	565	752	350	488	632	377	552	680	385	530	688	87	86	84	93	92	90	95	94	92			
4-5	428	590	786	374	513	658	405	551	709	415	564	726	87	87	84	95	93	90	97	96	92			
4-0	449	615	817	395	532	678	432	580	740	435	588	753	88	86	83	96	94	91	97	96	92			
3-5	462	636	844	405	545	692	448	599	765	443	600	770	88	86	82	97	94	91	96	94	91			
3-0	466	650	863	411	552	704	451	608	778	446	607	780	88	85	82	97	94	90	96	93	90			
Tabelle Nr. 2. Pro Stunde verdampftes Wasser E		7-0	3600	4959	6279	3120	4430	5740	—	—	—	3140	4548	5825	87	89	91	—	—	—	87	92	93	
6-0	3678	5029	6370	3250	4540	5850	3528	4806	6134	3365	4780	6056	88	90	92	96	96	96	92	95	95			
5-0	3900	5248	6655	3510	4831	6120	3781	5100	6473	3885	5273	6604	90	92	92	96	97	97	100	100	99			
4-5	4023	5333	6760	3700	4990	6251	3997	5295	6636	4112	5510	6839	92	94	93	99	99	98	102	103	101			
4-0	4045	5326	6716	3800	5030	6244	4108	5365	6666	4176	5562	6860	94	94	93	102	101	99	103	104	102			
3-5	3993	5177	6499	3740	4900	6080	4041	5247	6510	4054	5406	6668	94	95	94	101	101	100	102	104	103			
3-0	3667	4907	6136	3580	4675	5800	3824	4998	6200	3844	5150	6341	98	95	95	104	102	101	105	105	103			
Tabelle Nr. 3. Pro 1 kg Kohle verdampftes Wasser E/P		7-0	10-20	9-84	9-40	10-29	10-11	9-89	—	—	—	10-43	10-29	9-94	101	103	105	—	—	—	102	105	106	
6-0	9-94	9-58	9-14	10-22	10-04	9-82	10-11	9-85	9-60	10-29	10-15	9-80	103	105	107	102	103	105	104	106	107			
5-0	9-65	9-29	8-85	10-08	9-90	9-68	10-03	9-77	9-52	10-09	9-95	9-60	104	107	109	104	105	108	105	107	108			
4-5	9-40	9-04	8-60	9-90	9-72	9-50	9-87	9-61	9-36	9-91	9-77	9-42	105	108	110	105	106	109	105	108	110			
4-0	9-01	8-66	8-22	9-62	9-42	9-20	9-51	9-25	9-00	9-60	9-46	9-11	107	109	112	106	107	109	107	109	111			
3-5	8-47	8-14	7-70	9-22	9-00	8-78	9-02	8-76	8-51	9-15	9-01	8-66	109	111	114	106	108	111	108	111	112			
3-0	7-87	7-55	7-11	8-70	8-47	8-23	8-46	8-22	7-97	8-62	8-48	8-13	11	112	116	108	109	112	110	112	114			
Tabelle Nr. 4. Verhältnis der pro 1000 kg roher Kohle erzeugten Asche		7-0	24-5	35-0	55-0	10-8	18-8	24-3	—	—	—	10-6	16-3	28-8	44	54	44	—	—	—	43	47	52	
6-0	17-4	27-9	47-2	5-0	15-9	21-0	9-3	13-8	29-1	5-9	15-9	29-0	29	57	44	53	49	62	34	57	61			
5-0	14-6	17-7	47-6	6-6	14-6	18-4	7-1	14-8	26-2	10-3	17-3	31-0	45	82	39	49	84	55	71	98	65			
4-5	7-7	26-2	43-3	5-2	10-3	32-1	7-4	15-5	31-0	8-9	18-6	41-0	68	39	74	96	59	72	116	71	95			
4-0	14-7	22-5	51-2	4-3	10-3	14-7	7-9	16-5	29-7	9-3	19-6	27-7	29	46	29	54	73	58	63	87	54			
3-5	11-4	29-5	47-8	6-5	14-9	24-9	5-1	16-1	27-1	9-9	18-3	32-9	57	51	52	45	55	57	87	62	69			
3-0	10-9	27-2	41-5	7-3	14-3	20-0	7-6	12-4	28-1	6-7	15-4	28-7	67	53	48	70	46	68	61	57	69			
Im Mittel ..		—	14-5	26-6	47-4	6-5	14-1	22-2	7-4	14-8	28-5	8-8	15-0	31-3	45	53	47	51	56	60	61	56	66	
Tabelle Nr. 5. Unvollkommenheitsgrad der Verbrennung. Werth von 100 CO / CO + CO2		7-0	10-3	11-0	13-3	6-4	8-7	7-4	—	—	—	10-0	6-4	11-1	62	79	56	—	—	—	97	58	83	
6-0	7-7	10-2	14-4	7-8	4-1	11-7	9-6	8-3	6-3	9-2	9-5	11-1	101	40	81	125	81	44	119	98	77			
5-0	20-4	10-9	—	4-1	6-5	4-9	5-8	—	4-6	6-2	6-5	2-9	39	60	—	56	—	—	60	60	—			
4-5	7-4	15-4	16-4	8-5	10-4	10-3	4-4	9-2	12-4	8-7	3-2	8-2	115	68	63	50	60	76	118	21	50			
4-0	12-5	14-2	15-9	6-5	—	5-9	8-6	8-6	7-6	6-2	6-5	5-0	52	—	37	69	61	48	50	46	31			
3-5	13-0	7-1	13-2	10-5	6-8	10-5	9-5	8-0	9-7	9-0	11-5	7-4	81	96	80	73	113	73	60	162	56			
3-0	8-5	11-0	15-5	5-7	12-6	9-0	9-1	5-8	11-0	6-8	4-6	9-0	67	115	58	107	53	71	80	42	58			
Im Mittel ..		—	9-9	11-4	14-4	7-0	8-1	8-5	7-8	7-9	8-6	8-3	6-9	7-8	21	71	59	79	69	60	84	61	54	
Tabelle Nr. 6. Luftvolumen, ausgedrückt in Cubikmeter, welches pro Kilogramm roher Kohle verbraucht wird Im Mittel ..		7-0	9-8	9-2	9-0	10-8	9-3	9-6	—	—	—	9-1	9-2	8-6										
6-0	10-4	10-1	8-9	9-2	9-4	8-4	9-7	9-8	9-6	9-1	8-9	8-6												
5-0	10-9	10-7	—	10-0	9-4	9-3	9-6	10-0	9-6	10-0	9-8	9-6												
4-5	10-5	8-7	8-4	9-6	8-5	8-4	10-3	9-1	8-7	9-7	9-5	8-5												
4-0	9-7	8-7	8-7	9-2	—	9-3	9-4	9-1	9-2	10-2	9-4	9-6												
3-5	9-7	10-1	9-3	8-7	8-9	8-2	9-0	8-8	8-6	9-3	8-7	8-7												
3-0	9-9	9-1	9-0	9-0	8-3	8-6	8-7	9-3	8-3	9-6	9-6	8-5												
Im Mittel ..		—	10-1	9-5	8-9	9-5	9-0	8-8	9-5	9-3	9-0	9-6	9-3	8-9										

Tabellen Nr. 7 bis 11.

Zug von mm	Rohrlänge	Gewöhnlicher Feuerraum			Langes Gewölbe			Kurzes Gewölbe			Tenbrink-Vorwärmer			In Bezug auf den gewöhnlichen Feuerraum*)									Anmerkungen		
														Langes Gewölbe			Kurzes Gewölbe			Tenbrink-Vorwärmer					
		25	45	75	25	45	75	25	45	75	25	45	75	25	45	75	25	45	75	25	45	75			
Tabelle Nr. 7. Temperatur der Rauchkammerngase ausgedrückt in 100-theiligen Graden																									*) Dergewöhnliche Feuerraum wird durch 100 dargestellt.
7-0	222	236	252	213	224	238	—	—	—	213	228	239	96	95	94	—	—	—	96	97	95	94	94		
6-0	238	260	279	226	242	205	232	250	271	227	244	262	84	93	95	97	96	97	95	94	94	94	94		
5-0	270	294	317	256	270	205	264	287	311	258	280	304	95	92	96	98	98	98	96	95	96	96	96		
4-50	292	319	348	276	302	334	286	311	340	273	304	332	95	95	96	98	97	98	95	95	96	96	96		
4-0	320	352	384	302	332	368	314	343	377	302	332	366	94	94	96	98	97	98	94	94	95	95	95		
3-50	353	390	426	334	370	409	349	384	422	330	364	404	94	95	96	99	98	99	93	93	95	95	95		
3-0	393	434	480	372	410	455	392	430	472	362	402	450	95	94	95	100	99	98	92	93	94	94	94		
Tabelle Nr. 8. Oekonomischer Koeffizient des Kessels, welcher als Verbrennungs-Apparat betrachtet wird. $100 \frac{C_1}{C}$ Im Mittel ..																									
7-0	92	91	88	95	94	94	—	—	—	93	95	91	103	103	107	—	—	—	101	104	103	103	103		
6-0	94	92	88	95	96	92	94	94	94	94	94	93	101	104	105	100	102	107	100	102	106	106	106		
5-0	93	92	—	97	95	96	96	99	95	96	95	96	104	103	—	103	108	—	103	103	—	—	—		
4-50	95	89	92	95	93	92	97	93	90	94	97	92	100	104	100	102	104	98	99	109	100	100	100		
4-0	92	90	87	96	—	95	95	94	93	96	95	95	104	—	109	103	104	107	104	106	109	109	109		
3-50	92	93	89	93	95	92	94	94	92	94	92	93	101	102	103	102	101	103	102	99	104	104	104		
3-0	94	92	88	95	92	96	94	96	92	95	96	93	101	100	109	100	104	105	101	104	106	106	106		
	92	91	90	95	94	94	95	94	93	95	94	93	103	103	106	103	103	104	103	103	104	104	104		
Tabelle Nr. 9. Oekonomischer Effekt des Kessels, als Wärme-umtauschapparat betrachtet $100 \frac{C_2}{C_1}$																									
7-0	90	88	86	89	87	85	—	—	—	90	90	88	99	99	99	—	—	—	100	102	102	102	102		
6-0	89	87	83	88	88	87	89	87	85	90	89	87	99	101	105	100	100	102	101	102	105	105	105		
5-0	86	84	82	87	86	85	88	85	84	87	87	84	101	102	104	102	101	102	101	104	102	102	102		
4-50	84	81	78	85	84	82	86	84	83	85	86	84	101	104	105	102	104	106	101	106	108	108	108		
4-0	79	77	75	82	81	79	81	81	80	83	83	80	104	105	105	103	105	107	105	108	107	107	107		
3-50	76	74	70	80	79	77	78	77	75	79	78	76	105	107	110	103	104	107	104	105	109	109	109		
3-0	71	69	66	75	74	72	74	72	70	76	75	72	106	107	109	104	104	106	107	109	109	109	109		
Tabelle Nr. 10. Wärme, welche durch die Verbrennungsgase fortgeführt wird. $100 \frac{C_3}{C_1}$																									
7-0	9-7	10-3	10-9	8-6	9-2	10-0	—	—	—	8-8	9-5	10-3	89	89	92	—	—	—	91	92	95	95	95		
6-0	10-2	11-0	11-7	9-0	9-8	10-5	10-0	10-6	11-7	9-3	10-0	10-7	88	89	90	98	96	99	90	90	91	91	91		
5-0	11-4	12-3	13-1	9-9	10-7	11-5	10-8	11-6	12-7	10-2	10-9	11-7	87	87	88	95	93	97	90	89	89	89	89		
4-50	12-3	13-3	14-2	10-7	11-7	12-5	11-5	12-6	13-7	11-0	11-8	12-7	87	88	88	92	94	96	89	89	97	97	97		
4-0	13-7	14-7	15-9	11-7	12-8	14-0	12-5	13-9	15-0	12-4	13-3	14-3	85	87	88	91	95	94	90	90	90	90	90		
3-50	15-5	16-7	18-3	13-0	14-4	15-8	13-9	15-4	16-6	13-9	15-0	16-1	84	86	86	90	92	91	90	90	88	88	88		
3-0	17-4	19-0	21-2	14-7	16-1	17-8	15-6	17-2	18-4	15-6	16-9	17-9	84	85	84	90	91	87	90	89	84	84	84		
Tabelle Nr. 11. Die durch Strahlung und Leitung verlorene Wärme. $100 \frac{C_4}{C_1}$																									
7-0	—	1-8	3-6	2-4	4-1	4-9	—	—	—	1-3	0-5	1-8	—	228	136	—	—	—	—	28	50	50	50		
6-0	0-4	1-8	5-3	2-8	2-7	3-0	1-5	2-6	3-1	1-0	0-9	2-3	700	150	57	375	144	58	250	50	43	43	43		
5-0	2-6	3-8	5-1	2-8	3-3	3-5	1-3	3-2	3-1	2-8	2-3	4-3	108	87	69	50	84	61	108	61	84	84	84		
4-50	4-2	5-8	7-5	4-8	4-7	5-4	2-9	3-4	3-4	3-9	2-1	3-5	114	81	72	69	59	45	93	36	47	47	47		
4-0	7-2	7-9	9-1	6-3	6-2	6-7	6-3	5-0	5-0	4-4	4-2	5-4	87	78	74	87	63	55	61	53	59	59	59		
3-50	8-5	9-8	11-5	6-9	7-1	7-1	7-7	7-9	8-4	7-1	6-7	7-8	81	72	61	91	81	73	84	68	68	68	68		
3-0	11-6	12-4	13-0	10-1	10-4	10-1	10-7	10-9	11-3	8-4	8-5	10-0	87	84	77	92	88	87	72	69	77	77	77		

Tabelle Nr. 12. Vertheilung der totalen Wärme.

Rohrlänge	Zug von mm	Gewöhnlicher Feuerraum			Langes Gewölbe			Kurzes Gewölbe			Tenbrink-Vorwärmer		
		25	45	75	25	45	75	25	45	75	25	45	75
7·0 m	Totale Wärme $C$ .....	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
	Wärme, welche nicht freigegeben ist, $C-C_1$ .....	80	90	120	50	60	60	—	—	—	70	50	90
	Wärme im Dampf $C_2$ .....	831	800	752	845	815	800	—	—	—	836	855	800
	Wärme in den Gasen $C_3$ .....	39	94	96	82	87	94	—	—	—	82	90	94
	Wärme, durch Strahlung und Leitung verloren, $C_4$ .....	—	16	32	23	38	46	—	—	—	12	5	16
6·0 m	$C-C_1$ Wärme, welche nicht frei wird ..	60	80	120	50	40	80	60	60	60	60	60	70
	$C_2$ Wärme im Dampf .....	840	802	730	838	840	796	832	816	801	843	838	809
	$C_3$ Wärme in den Gasen .....	96	101	103	85	94	97	94	100	110	88	94	100
	$C_4$ Verlorene Wärme durch Strahlung und Leitung .....	4	17	47	27	26	27	14	24	29	9	8	21
5·0 m	$C-C_1$ Wärme, welche nicht frei wird ..	70	80	—	30	50	40	40	10	50	40	50	40
	$C_2$ Wärme im Dampf .....	800	772	—	847	817	816	844	843	800	835	825	807
	$C_3$ Wärme in den Gasen .....	106	113	—	96	102	110	104	115	121	98	103	112
	$C_4$ verlorene Wärme durch Strahlung und Leitung .....	24	35	—	27	31	34	12	32	29	27	22	41
4·50 m	$C-C_1$ Wärme, welche nicht frei wird ..	50	110	80	50	70	80	30	70	100	60	30	80
	$C_2$ Wärme im Dampf .....	793	720	720	803	777	755	830	781	746	800	835	771
	$C_3$ Wärme in den Gasen .....	117	118	131	102	109	115	112	117	123	103	115	117
	$C_4$ durch Strahlung und Leitung verlorene Wärme .....	40	52	69	45	44	50	28	32	31	37	20	32
4·0 m	$C-C_1$ Wärme, welche nicht frei wird ..	80	100	130	40	—	50	50	60	70	40	50	50
	$C_2$ Wärme im Dampf .....	728	697	653	787	—	753	771	762	744	799	784	763
	$C_3$ Wärme in den Gasen .....	126	132	138	112	—	133	119	131	140	119	126	136
	$C_4$ durch Strahlung und Leitung verlorene Wärme .....	66	71	79	61	—	64	60	47	46	42	40	51
3·50 m	$C-C_1$ Wärme, welche nicht frei wird ..	80	70	110	70	50	80	60	60	80	60	80	70
	$C_2$ Wärme im Dampf .....	699	684	625	745	746	709	737	721	690	742	720	708
	$C_3$ Wärme in den Gasen .....	143	155	163	121	137	146	131	145	153	131	138	150
	$C_4$ durch Strahlung und Leitung verlorene Wärme .....	78	91	102	64	67	65	—	—	77	67	62	72
3·0 m	$C-C_1$ Wärme, welche nicht frei wird ..	60	80	120	50	80	40	60	40	80	50	40	70
	$C_2$ Wärme im Dampf .....	667	631	579	714	676	692	693	690	647	722	716	671
	$C_3$ Wärme in den Gasen .....	164	175	187	140	148	171	147	165	169	148	162	166
	$C_4$ Verlorene Wärme durch Strahlung und Leitung .....	109	114	114	96	96	97	100	105	104	80	82	93

	Gewöhnlicher Feuerraum														Kurzes Gewölbe														Anmerkungen
	Vollständiges Rohr-System		Reduzirtes Rohrsystem												Vollständiges Siederohr-System		Reduzirtes Rohrsystem												
			5%		10%		15%		In Bezug auf das komplette Rohr-system †††)								5%		10%		15%		In Bezug auf das komplette Rohr-system †††)						
Zug von mm	45	75	45	75	45	75	45	75	45	75	45	75	45	75	45	75	45	75	45	75	45	75	45	75	45	75	45	75	
Stündlich verbrannte Kohle P*)	615	817	595	789	569	768	551	680	97	96	92	94	90	83	580	740	561	709	499	684	506	656	97	96	86	92	87	88	*) In Kilogramm. **) In Kilogramm verdampften Wassers pro Kilogramm verbrannter Kohle. ***) In Kilogramm pro 1000 Kilogramm verbrannter Kohle. †) In Kubikmeter pro Kilogramm verbrannter Kohle. ††) In 100 theiligen Graden. †††) Die auf das komplette Siederohrsystem bezüglichen Ziffern dargestellt pro 100.
Stündlich verdampftes Wasser E*)	5326	6716	5169	6370	4944	6183	4708	5749	97	95	93	92	88	86	5365	6666	5295	6689	4769	6313	4754	6045	98	100	89	94	88	90	
Oekonomischer Effekt $\frac{E}{P}$ **)...	8.66	8.22	8.68	8.06	8.68	8.05	8.54	8.45	100	98	100	98	99	103	9.25	9.00	9.43	9.42	9.55	9.23	9.38	9.21	102	104	103	102	101	102	
Erzeugte Flugasche ***).....	22.5	51.2	21.6	44.3	20.5	34.3	18.6	28.3	96	87	91	67	83	55	16.5	29.7	13.0	22.3	11.6	21.3	10.0	21.1	79	76	70	72	61	71	
Nicht verbranntes Kohlenoxyd $100 \frac{CO}{CO + CO_2}$ .....	14.2	15.9	10.9	13.9	11.2	15.0	10.0	10.5	77	87	79	94	70	66	8.6	7.6	10.7	6.2	8.6	6.0	8.3	6.4	124	82	100	79	97	84	
Verbrauchtes Luftquantum †) ...	8.7	8.7	9.5	9.1	9.3	8.8	9.5	9.4	109	104	106	101	109	108	9.1	9.2	8.7	9.1	9.2	9.3	9.1	9.1	95	99	101	101	100	99	
Temperatur in der Rauchkammer ††) .....	3520	3840	3500	3860	3540	3850	3550	3730	99	101	100	100	100	97	3310	3690	3530	3870	3430	3880	3490	3810	106	105	104	105	105	103	
Erzeugte Wärme $100 \frac{C_1}{C}$ .....	90	87	92	89	92	89	93	92	102	102	102	102	103	106	94	93	93	95	94	95	94	95	99	102	99	102	99	102	
Vom Dampfe absorbierte Wärme $100 \frac{C_2}{C_1}$ .....	77.4	75.0	76.7	73.6	76.7	73.4	74.6	74.6	99	98	99	98	96	99	81.1	80.0	82.3	81.5	83.6	78.9	82.1	78.8	101	102	103	98	101	98	
Durch die Verbrennungsgase entzogene Wärme $100 \frac{C_3}{C_1}$ .....	14.7	15.9	14.3	16.2	13.8	15.6	14.3	14.9	97	102	94	99	97	93	13.9	15.0	13.7	15.1	13.6	15.1	13.9	15.1	98	100	98	102	100	100	
Durch Strahlung und Leitung verlorene Wärme $100 \frac{C_4}{C_1}$ .....	7.9	9.1	9.0	10.2	9.5	11.0	11.1	10.5	114	112	120	120	175	115	5.0	5.0	4.0	3.4	2.8	5.7	4.0	6.1	80	68	56	114	80	122	



durch Verkürzen der Rohre unter 4.0 m erzielt werden, da bei kürzeren Röhren das Maximum des Produktionsvermögens verloren geht und der Effekt bei Anwendung von bloß 3.0 m langen Rohren um 15% vermindert wird.

3. Der Einfluss des Zuges ist auf das Produktionsvermögen so bedeutend, daß es trotz seiner Einwirkung auf den Effekt Vortheil bietet, alle Konstruktionen anzuwenden, um die Intensität des Zuges zu vermehren.

4. Bezüglich der Rohranzahl soll getrachtet werden,

dieselben mit Rücksicht auf die Rohrwandfläche zu vermehren, da dadurch an Produktionsvermögen nur gewonnen wird, ohne an Effekt zu verlieren.

Diese Versuchsergebnisse wurden bereits bei den seit dem Jahre 1889 von der Paris-Lyon-Mittelmeer-Bahn neu erbauten Lokomotiven verwertet. Es ist übrigens von der genannten Bahn beabsichtigt, diese Versuche noch weiter fortzusetzen, um auch über die günstigste Form und Größe der Feuerrohrquerschnitte Anhaltspunkte zu gewinnen.

## Die Ämmä-Elf-Brücke bei Uleåborg in Finnland.

Von M. Strukel, Ingenieur, ord. Lehrer der Ing.-Wissensch. am Polytechnikum in Helsingfors.

(Hiezu die Tafeln XXX—XXXII.)

Die Uleå-Elf, einer der mächtigsten Flüsse Finnlands, verzweigt sich bei Uleåborg in drei Arme, von denen die zwei seitlichen eine Breite von rund 120 bzw. 80 m und der mittlere, die sogenannte Ämmä-Elf, eine solche von rund 83 m hat und über welche Arme schon seit Alters her vermittelt dreier Brücken eine Straße geführt ist, als einzige Straßenverbindung der Stadt mit dem nördlichen Flussufer.

Entsprechend der im Lande üblichen Bauweise wurden diese Brücken bei den zwei kleineren Armen in der Weise ausgeführt, daß zur Winterszeit von der Eisdecke des Flusses aus in gegenseitigen Entfernungen von rund 21 m je drei Steinkisten als Zwischenpfeiler niedergesenkt und über diesen ein hölzerner Sprengwerks-Oberbau errichtet wurde. Ueber den größeren Arm dagegen wurde im Jahre 1868 vom bekannten schwedischen Brückenbauer Major C. Adelsköld (Erbauer der ersten Gitterbrücke aus Stahl, über die Göta-Elf, der Stockholm-Uddevalla-Eisenbahn, 1866) eine hübsche hölzerne Bogenbrücke mit drei Oeffnungen von  $37.1 + 44.4 + 37.1$  m lichter Weite und mit gemauerten Pfeilern errichtet.

Von diesen Brücken wurde nun die mittlere im Frühjahr 1889 in der Weise zerstört, daß die im Eise eingefrorenen Pfeiler bei der beginnenden Bewegung des Eises vom unteren Theil der Kisten abgehoben und nebst dem Oberbau fortgerissen wurden. Infolge dessen beschlossen die Besitzer der Brücke, eine Aktiengesellschaft, bei Wiederaufbau des Objektes von Zwischenpfeilern abzusehen und die Brücke aus Eisen mit einer einzigen Oeffnung von 83 m Spannweite zur Ausführung zu bringen. Zu diesem Behufe wurde vom Unterzeichneten im Sommer desselben Jahres das im Folgenden beschriebene Projekt für eine Halbparabelbrücke entworfen; dasselbe wurde zur Ausführung angenommen, nachdem zuvor auch ein von der Firma Harkort in Duisburg vorgeschlagenes Projekt zu einer Parabelbrücke in Erwägung gekommen war. Da zu jener Zeit unter Mitwirkung des Unterzeichneten die gegenwärtige Brückenbauanstalt (Brobyggnads Aktiebolag) in Helsingfors in's Leben gerufen worden war, erbot sich für diese neue Werkstätte eine passende Gelegenheit durch Abgabe einer Offerte ihre Konkurrenzfähigkeit für größere Objekte gegenüber derartigen ausländischen Anstalten zu versuchen. Nachdem diese Offerte von den Bauherren als vortheilhaft befunden worden ist, und man auch zur neuen Werk-

stätte ein genügendes Vertrauen hatte, wurde derselben im Herbste 1889 die Ausführung der Brücke übertragen, mit der Bedingung, dass dieselbe im September dieses Jahres an Ort und Stelle fertiggestellt sein sollte.

Trotzdem die Werkstätte gleichzeitig die Ausführung zahlreicher anderer Eisenkonstruktionen, darunter etlicher kleinerer Eisenbahnbrücken nebst verschiedenen Hochbaukonstruktionen, Dampfkesseln etc. übernommen, ging die Ausführung der Ämmä-Elf-Brücke glatt von statten, so daß dieselbe ohne Zwischenfälle rechtzeitig beendet, und nach vor sich gegangener Probelastung im vorigen September dem Verkehr überlassen werden konnte.

Der Preis der Eisenkonstruktion betrug einschließlich Aufstellung 585 Frcs. per 1 t, worin die Montirungskosten mit 75 Frcs. per 1 t inbegriffen sind, jedoch nicht die Kosten für das von den Arbeitsgebern erbaute Montirungsgerüste. Nachdem das bezahlte Abwagegewicht (bei 4% Toleranz) der Eisenkonstruktion 192.2 t betrug, belief sich der Gesamtpreis derselben auf 112.387.5 Frcs. Im Uebrigen könnten noch folgende Mittheilungen über das Material und die Konstruktion des Objektes einiges Interesse verdienen.

### 1. Das Material.

Als bemerkenswerte Eigenschaft der Ämmä-Elf-Brücke wäre hervorzuheben, daß dieselbe unter den Straßenbrücken Finnlands der Spannweite nach die größte und die erste ist, die aus Flusseisen ausgeführt wurde. Es wurde hiezu schwedisches Martin-Flusseisen, bezogen vom Walzwerke Domnarfvet, verwendet, mit Ausnahme der zu den sekundären Längenträgern verwendeten I-Eisen, die von der Gutehoffnungshütte in Westfalen bezogen worden sind.

Bei Aufstellung der Lieferungsbedingungen wurden die von Prof. L. Tetmajer\*) vorgeschlagenen Qualitätsbedingungen vorgeschrieben. Bei einer Zugfestigkeit  $\beta$  und der relativen Bruchverlängerung  $\frac{\Delta l}{l}$  beziehungsweise dem Qualitätskoeffizienten  $c = \beta \frac{\Delta l}{l}$  sollte bei der üblichen Probestablänge von 200 mm bei

Nieteisen  $\beta = 3.8$  bis  $4.2$  t per  $\text{cm}^2$ ,  $c \geq 1.1$

Façoneisen und Bleche  $\beta = 3.6$  bis  $4.2$  t „ „  $c \geq 0.9$  sein.

\*) Die Baumechanik. Zürich 1889.

Uebersicht sollte das Material den in üblicher Weise vorgeschriebenen Eigenschaften bezüglich des Aussehens, sowie der mechanischen Behandlung entsprechen, und sich im kalten Zustand bei Nieteisen um einen Dorn von gleicher Dicke, wie das Rundeisen selbst, zur Schleife biegen lassen, und Stücke von einer Länge gleich dem doppelten Durchmesser bis auf  $\frac{1}{3}$  dieser Länge gestaucht werden können, ohne zu reißen, ferner bei Formeisen und Blechen, Streifen von 3 bis 5 cm Breite nach Abrundung der Kanten um einen Bolzen von 26 mm Durchmesser zur Schleife gebogen werden können, ohne rissig zu werden. In chemischer Beziehung waren zulässig:

Kohlenstoff . . . . .	0.2 %
Phosphor . . . . .	0.06 %
Schwefel . . . . .	0.08 %
Kiesel . . . . .	0.1 %

Das Abwalzen des Materials geschah unter ständiger Kontrolle eines von Helsingfors entsendeten Uebernahme-Ingenieurs, von dem ungefähr 400 Zerreißversuche und ebenso viele mechanische Proben ausgeführt wurden. Hierbei ergaben sich

$$\beta = 3.43 \text{ bis } 3.5 t \text{ per cm}^2$$

$$\frac{\Delta l}{l} = 0.15 \text{ bis } 0.37$$

$$c = 0.51 \text{ bis } 1.67.$$

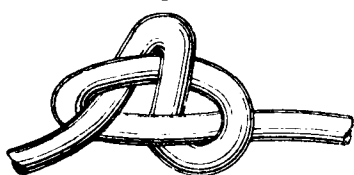
Die Versuche wurden theils in der Walzrichtung, theils winkelrecht dagegen ausgeführt, ohne daß sich jedoch dabei ein wesentlicher Unterschied ergeben hätte. Trotzdem sich das Material im Allgemeinen als vorzüglich erwiesen und namentlich die Festigkeit nur bei etlichen Proben den Bedingungen nicht entsprochen hat, so wurden dennoch infolge einer vielleicht zu strengen Einhaltung der Vorschriften bei etwa 15 % der Proben die bezüglichen Materialpartien zurückgewiesen. Dies war namentlich bei dünneren Blechen der Fall, die theils während des Walzens, theils auch nachträglich zu rasch abgekühlt wurden, und daher eine zu geringe Bruchverlängerung erwiesen.

Dagegen entsprachen die mechanischen Proben nicht nur vollkommen den Bedingungen, sondern übertrafen dieselben bei Weitem. Das Nieteisen konnte in kaltem Zustand, wie in Fig. 1 angedeutet, ohne zwischengelegten Dorn bis zur vollständigen Berührung zusammengeschlagen, und wie

Fig. 1.



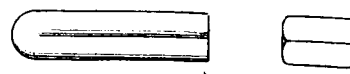
Fig. 2.



in Fig. 2 zu mehrfach verschlungenen Knoten gebogen, sowie bei Stücken von der vorgeschriebenen Höhe gleich dem doppelten Durchmesser bis auf  $\frac{1}{4}$  der ursprünglichen Höhe gestaucht werden, ohne daß sich Risse gezeigt hätten. Es konnten sogar solche Stücke in kaltem und rothglühendem Zustand bis auf 1 mm Dicke ausgeschmiedet werden. Das übrige Material wurde in kaltem Zustand in Uebereinstimmung mit Fig. 3 und 4 behandelt, indem Streifen von 50 mm Breite wie in Fig. 3 bis zur vollständigen

Berührung gebogen wurden, ohne schadhaf geworden zu sein, was sogar auch der Fall war bei der in Fig. 4 dar-

Fig. 3.



gestellten doppelten Faltung. Winkeleisen wurden sowohl wie in Fig. 5a bis 5 zuerst flach abgebogen und dann um

Fig. 4.

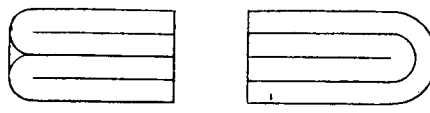


Fig. 5a.



eine Achse winkelrecht zur Längsrichtung bis zur vollständigen Berührung zusammengefaltet, als auch wie in

Fig. 5.

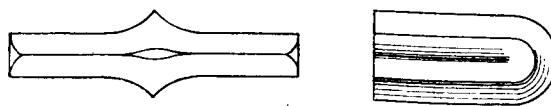
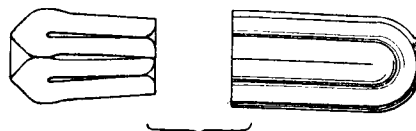


Fig. 6 nach vollständiger Zusammenbiegung der Schenkel in früherer Weise gefaltet, ohne schadhaf geworden zu sein.

Fig. 6.



Auch wurden einige Proben entsprechend Fig. 7 ausgeführt, indem ungefähr 80 mm breite Streifen, nachdem die-

Fig. 7a.

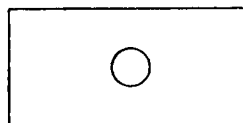


Fig. 7.



selben ein 22 mm weites Loch erhalten (gebohrt und gestanzt), vollständig zusammengebogen werden konnten, ohne zu reißen. Drei Proben wurden auch entsprechend Fig. 8 ausgeführt, indem ein Streifen zuerst mittelst Meißel eine

Fig. 8.

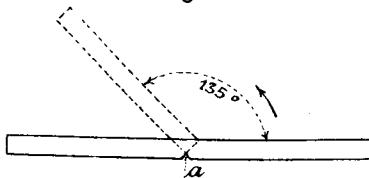
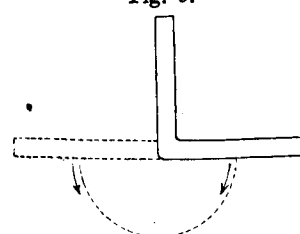


Fig. 9.



1 mm tiefe Einkerbung erhalten, und dann um  $135^\circ$  gebogen werden konnte, ohne daß sich an der Einkerbung Risse gezeigt hätten. Schließlich wurden auch Versuche entsprechend Fig. 9 ausgeführt, indem die Streifen 7- bis 8mal um  $180^\circ$  vor- und zurückgebogen werden konnten, bevor das Material schadhaf geworden ist. Bemerkenswert ist es, daß auch das bei den Zerreißversuchen zurückge-

wiesene Material die mechanischen Proben gut bestanden haben soll.

Die chemische Analyse soll im Allgemeinen ergeben haben:

Kohlenstoff . . . .	0.2 %
Phosphor . . . .	0.045 %
Schwefel . . . .	0.02 %
Kiesel . . . .	Spuren.

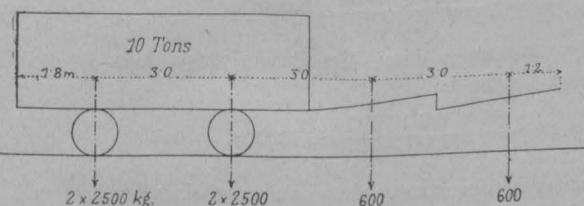
Doch erhielt das Material unter 8 mm Dicke nur 0.1 bis 0.15 % Kohlenstoff.

## 2. Grundlagen für das Projekt.

Außer der vorgeschriebenen Spannweite von 83 m sollte die Brücke eine Fahrbahnbreite von 4.2 m, und beiderseits Gehwege von 1.2 m Breite erhalten. Die Brückenbahn sollte aus genieteten Querträgern und bei der Fahrbahn aus gewalzten I-Eisen als sekundäre Längenträger nebst doppeltem Bohlenbelag, bei den Gehwegen dagegen aus hölzernen Längsträgern mit einfachem Bohlenbelag bestehen.

Als zufällige Belastung wurde Menschengedränge von 400 kg Belastung auf den  $m^2$ , sowie alternativ eine Reihe von vierspännigen Wagen von 10 t Gewicht, entsprechend der schematischen Darstellung in nachfolgender Fig. 10 (Geschütze) und ein Winddruck von 250 kg per  $m^2$  angenommen.

Fig. 10.



Die zulässige Inanspruchnahme des Materials sollte bei den Hauptträgern nach der Launhardt-Wehrauch'schen Formel

$$k = 800 \left( 1 \pm \frac{1}{2} \frac{\min S}{\max S} \right) \text{ kg pr. cm}^2$$

bestimmt werden, jedoch mit der Einschränkung, daß nirgends 1000 kg per  $cm^2$  überschritten werden sollten. Bei den Querträgern wurde  $k = 700$  kg und bei den gewalzten sekundären Längenträgern  $k = 600$ , sowie bei den Windstreben  $k = 1200$  kg per  $cm^2$  angenommen. Die zulässige Inanspruchnahme des Holzes (Föhrenholz) war 60 bis 70 kg per  $cm^2$ .

## 3. Berechnung und Konstruktion des Oberbaues.\*)

Form der Hauptträger. Infolge der geringen disponiblen Höhe zwischen Hochwasser und Fahrbahn konnte nur eine Balkenbrücke mit unten liegender Fahrbahn in Frage kommen und wurden für die Tragwände Halbparabelträger von 10 m Höhe in der Mitte und 5.5 m Höhe an den Enden gewählt, bestehend aus einem statisch bestimmten Fachwerk mit 14 gleich weiten Feldern von der Weite  $a = \frac{83}{14} = 5.928$  m, und mit Vertikalen und einfachen Diagonalen, entsprechend Fig. 11.

\*) Die nachfolgende Mittheilung bietet zwar im Allgemeinen nichts Neues. Mit Rücksicht auf jüngere Fachgenossen aber, denen sie von Nutzen sein könnte, möge dieselbe möglichst ungekürzt hier Platz finden.

Ist die Höhe der Vertikalen bei den Knotenpunkten 0, 1, 2, 3...m, bezw.  $h_0, h_1, h_2 \dots h_m$ , so ist für die Spannweite  $l = na$

$$h_m = h_0 + (h_1 - h_0) \frac{4ma(l-ma)}{l^2} = 5.5 + \frac{18m(14-m)}{14^2}$$

woraus

Tabelle I.

m =	0	1	2	3	4	5	6	7
$h_m =$	5.500	6.694	7.704	8.530	9.173	9.632	9.908	10.000

Für die Neigungswinkel der Diagonalen mit den Vertikalen hat man

$$\sec \alpha_m = \sqrt{1 + \left( \frac{a}{h_m - 1} \right)^2},$$

wonach

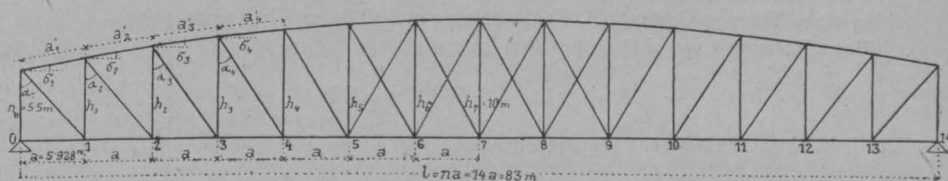
Tabelle II.

m =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\sec \alpha_m =$	1.469	1.335	1.262	1.218	1.190	1.174	1.165	1.163	1.165	1.174	1.190

Ferner ist für die Neigungswinkel der oberen Gurtungsstücke mit der horizontalen

$$\sec \sigma_m = \sqrt{1 + \left( \frac{h_m - h_{m-1}}{a} \right)^2},$$

Fig. 11.



woraus

Tabelle III.

m =	1	2	3	4	5	6	7
$\sec \sigma_m =$	1.020	1.014	1.010	1.006	1.003	1.000	1.000

und die Länge der oberen Gurtstücke

$$a'_m = a \sec \sigma_m, \text{ woraus}$$

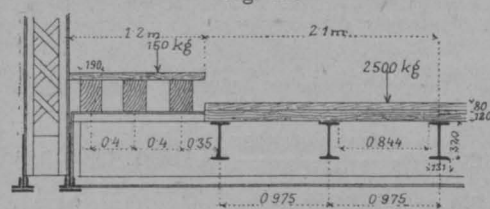
Tabelle IV.

m =	1	2	3	4	5	6	7
$a'_m =$	6.046	6.011	5.987	5.963	5.946	5.934	5.928

Die Brückenbahn.

Die Brückenbahn erhielt die vorbeschriebene, in Fig. 12 und 12a ersichtliche Anordnung.

Fig. 12.



Der Bohlenbelag.

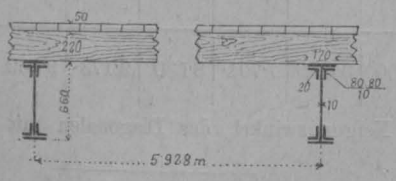
Wird die Dicke des unteren Bohlenbelages mit  $d$  bezeichnet und der obere 8 cm starke Belag bis auf 5 cm abgenutzt, dabei aber infolge

der Befestigung durch Nägel mit dem untern zu einem Ganzen vereinigt gedacht, so kann man bei einer Bohlenbreite von 16 cm, einer zulässigen Inanspruchnahme von 70 kg pro Quadratcentimeter für 2500 kg Raddruck annehmen

$$\frac{2500 \times 84.4}{4} = \frac{70 \times 16 (d + 5)^2}{6}$$

woraus entsprechend der Ausführung  $d = 12$  cm.

Fig. 12a.



Die sekundären Längsträger.

Die ungünstigste Belastung der Fahrbahnträger besteht aus dem Eigengewicht von Trägern und Bohlenbelag nebst einem in der Mitte angreifenden Raddrucke. Nachdem sich ersteres zu rund 1230 kg ergibt, so ist das Angriffsmoment

$$M = \frac{1230 \times 592}{8} + \frac{2500 \times 592}{4} = 465100 \text{ cm/kg}$$

und das erforderliche Widerstandsmoment

$$W = \frac{465100}{600} = 775 \text{ cm}^3.$$

Hiefür wurde ein I-Eisen entsprechend dem deutschen Normalprofil Nr. 32 gewählt, dessen  $W = 789$  und das Eigengewicht  $g = 61$  kg pro laufenden Meter ist.

Für die hölzernen Längsträger der Gehwege ergibt sich bei Annahme eines Eigengewichtes incl. Bohlenbelag von 280 kg und bei einer zufälligen Belastung von 400 kg pro Quadratmeter

$$M = \frac{580}{8} (280 + 0.4 \times 5.8 \times 400) = 87580$$

und bei einer zulässigen Inanspruchnahme von 60 kg pro Quadratcentimeter

$$W = \frac{87580}{60} = 1459 \text{ cm}^3$$

wofür ein Balkenprofil von  $19 \times 22$  cm genommen wurde, dessen  $W = 1532$  ist.

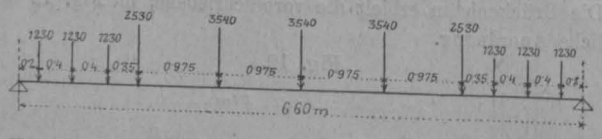
Die Querträger.

Nachdem sich bei diesen Trägern als ungünstigste zufällige Belastung jene durch Menschengedränge ergibt, und bei deren Berücksichtigung sowie bei Beachtung der Belastung durch Längsträger und Bohlenbelag das in nachfolgender Fig. 13 ersichtliche Belastungsschema erhalten wird, so ergibt sich bei Annahme eines Eigengewichtes von 860 kg für den Querträger selbst, für die Mitte des Trägers

$$M = 11530.330 - 1230(310 + 270 + 230) - 2530 \times 195 - 3540.975 + \frac{1}{8} 860.660 = 2041050 \text{ kg/cm}$$
$$W = \frac{2041050}{700} = 2916 \text{ cm}^3$$

wofür das in Fig 12a ersichtliche Profil gewählt worden ist, dessen  $W = 2959 \text{ cm}^3$ .

Fig. 13.



Für den Querschnitt beim äußersten Längenträger der Fahrbahn ist

$$M = \frac{860}{2} \cdot 135 - \frac{860.135.135}{660.2} + 11530.135 - 1230(115 + 75 + 35) = 1326006 \text{ kg/cm}$$
$$W = \frac{1326006}{700} = 1894 \text{ cm}^3;$$

hiefür genügt dasselbe Trägerprofil ohne Lamelle, dessen  $W = 2187 \text{ cm}^3$ .

Berechnung der Hauptträger.

Das für die Berechnung der Hauptträger erforderliche Gewicht der gesamten Eisenkonstruktion wurde aus nachstehender Formel bestimmt:

$$G = (m l^2 + n l) b \dots \text{kg},$$

worin  $G$  das Eisengewicht der ganzen Brücke,  $m$  und  $n$  Konstanten,  $l$  die Spannweite und  $b$  die nutzbare Breite der Brückenbahn in Metern bedeutet. Die Formel stützt sich auf eine graphische Darstellung der Firma Harkort über die Gewichte eiserner Straßenbrücken verschiedener Kategorien\*), woraus der Verfasser folgende Werte für die Konstanten abgeleitet hat:

Für Brücken mit Bohlenbelag  $m = 1.9$  bis  $2.3$   $n = 102.5$  bis  $212.5$   
" " " Eisenbelag  $m = 4.0$  bis  $4.8$   $n = 82.5$  bis  $170.0$

In Anbetracht der verhältnismässig hohen zulässigen Inanspruchnahme des Materials, jedoch der gleichfalls hohen zufälligen Belastung wurden die Mittelwerte  $m = 2.1$  und  $n = 160$  gewählt, daher

$$G = (2.1 \times 83^2 + 160 \times 83) 6.6 = 184000 \text{ kg}.$$

Abzüglich der rund 11000 kg wiegenden Lager und zuzüglich rund 76.000 kg für die Holztheile der Brückenbahn, ergibt sich für die Brücke ein Gesamtgewicht von 249.000 kg, oder vertheilt auf die 28 Felder der beiden Hauptträger, per Feld ein Eigengewicht  $ag = 8900$  kg.

Nachdem das Gewicht der Brückenbahn circa 117.600 kg beträgt, somit per Knotenpunkt  $\frac{117600}{28} = 4200$  kg, so wird das Eigengewicht per oberen Knotenpunkt

$$ag_1 = \frac{8900 - 4200}{2} = 2350 \text{ kg}$$

das Eigengewicht per unteren Knotenpunkt

$$ag_2 = \frac{8900 + 4200}{2} = 6550 \text{ kg}$$

Die zufällige Belastung durch Menschengedränge, hier als die ungünstigere, beträgt pro Feld:

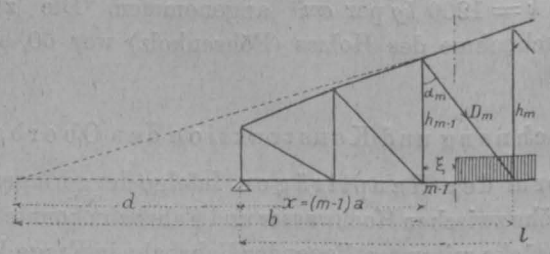
$$ap = \frac{83 \times 6.6 \times 400}{28} = 7830 \text{ kg}.$$

Bei Bestimmung der Spannungen eines solchen statisch bestimmten Fachwerkes kann bekanntlich die graphische Methode mit wesentlichem Vortheil verwendet werden, hat aber den Nachtheil einer schwereren Kontrolle durch Andere als das analytische Verfahren, und nachdem hier eine solche Kontrolle, außer im Konstruktionsbureau, von Seite der Arbeitsgeber und der Behörden in Betracht kommen musste, wurde die nachstehende analytische Berechnung durchgeführt, nebstdem aber auch zur Kontrolle das graphische Verfahren angewendet.

Diagonalen.

a) Spannungen durch das Eigengewicht (Fig. 14).

Fig. 14.



Sind die Biegemomente des  $m-1$ ten und  $m$ ten Knotenpunktes, bezw.  $M_{m-1}$  und  $M_m$ , so ist die Spannung der  $m$ ten Diagonale

$$D_g = \left( \frac{M_m}{h_m} - \frac{M_{m-1}}{h_{m-1}} \right) \frac{h_{m-1}}{a} \sec \alpha_m = \frac{1}{2} (n - 2m + 1) ag \frac{h_0}{h_m} \sec \alpha_m = \frac{24475(15 - 2m)}{h_m} \sec \alpha_m$$

woraus

\*) Bericht über die im Studienjahre 1886/87 ausgeführten Excursionen der Bau-Ingenieure der kgl. technischen Hochschule zu Aachen. Aachen J. A. Mayer 1888.

Tabelle V.

m =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Dg =	+69824	+40653	+32589	+22749	+15119	+8700	+2851	-2873	-8880	-15662

b) Zufällige Belastung.

Für die Belastungsgrenze

$$\xi = \frac{x(b+l)}{xl + b(l-a)} \cdot a$$

wird bei rechtsseitiger Belastung

$$\max(+D_p) = \frac{1}{2} \frac{d(d+x)(l-a-x)^2}{l(d+x)-ad} \cdot \frac{p}{b} \sec \alpha_m$$

Nach Einsetzung der Werthe für  $d$ ,  $x$ ,  $l$  und  $b$ , und nach Annahme von

$$\frac{h_0}{h_7 - h_0} \cdot \frac{l^2}{4} = \lambda^2 = 2105$$

erhält man

$$\max(+D_p) =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{[\lambda^2 + m(m-1)a^2][\lambda^2 + (m-1)(n-m+1)a^2](n-m)^2}{[(n-1)\lambda^2 + (n+1)(m-1)(n-m)a^2][\lambda^2 + m(n-m)a^2]} \cdot ap \sec \alpha_m$$

$$\max(+D_p) =$$

$$= \frac{[1 + 0.0166m(m-1)][1 + 0.0166(m-1)(15-m)](14-m)^2}{[13 + 0.25(m-1)(14-m)][1 + 0.0166m(14-m)]} \cdot 3915 \sec \alpha_m$$

woraus

T a b e l l e V I.

+ m =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Dp =	+ 61500	+ 41643	+ 32104	+ 25923	+ 21768	+ 18615	+ 15993	+ 13551	+ 11196	+ 8750

Analog erhält man für die linksseitige Belastung

$$\begin{aligned} \max(-D_p) &= -\frac{1}{2} \frac{x^2(d+a+x)(l+d)}{(d+x)l-ad} \cdot \frac{p}{b} \sec \alpha_m \\ &= -\frac{1}{2} \frac{[\lambda^2 + (m-n+1)(n-m)a^2](m-1)^2}{(n-1)\lambda^2 + (n+1)(m-1)(n-m)a^2} \cdot ap \sec \alpha_m \\ &= -\frac{[1 + 0.0166(15-m)(14-m)](m-1)^2}{13 + 0.25(m-1)(14-m)} \cdot 3915 \sec \alpha_m \end{aligned}$$

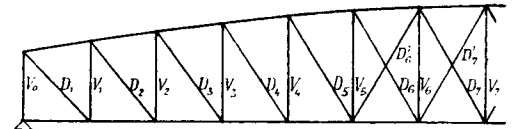
daraus

Tabelle VII.

m =	1	2	3	4	5	6	7
- Dp =	0	-1172	-3410	-5917	-8452	-10968	-14402

Die hieraus hervorgehenden, für die Konstruktion der Diagonalen erforderlichen Daten sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

Fig. 15.



T a b e l l e V I I I.

m =	1	2	3	4	5	6	6'	7	7'
max D = Dg + (+ Dp) =	+131324	+88296	+64690	+48672	+36887	+27315	+2316	+18844	+10678
min D = Dg + (- Dp) =	+ 69824	+45481	+29176	+16832	+ 6667	0	0	0	0
k = 800 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\min D}{\max D}\right) kg =	1000	1000	981	938	872	800	800	800	800
Erforderlicher Nutz-Querschnitt:									
F0 = \frac{\max D}{k} = cm²	131.3	88.3	66.0	52.0	42.3	34.0	2.9	23.6	13.4
Angewendete Querprofile.....	2 × \frac{677}{10}	2 × \frac{462}{10}	2 × \frac{350}{10}	2 × \frac{280}{10}	2 × \frac{232}{10}	2 × \frac{192}{10}	2 × \frac{60}{8}	2 × \frac{140}{10}	2 × \frac{90}{10}
Vorhandene F0 .....	131.4	88.4	66.0	52.0	42.4	34.0	5.6	24.0	14.0
Durchmesser der Anschlussnieten d mm =	20	20	20	20	20	20	20	20	20
Anzahl der Anschlussnieten									
n = \frac{5 F0}{\pi d^2} = 0.4 F0 =	53	36	27	21	17	14	2	10	6

Anmerkung. Außer bei den Gegendiagonalen D'6 und D'7 sind sämtliche Anschlussnieten doppelschnittig

Vertikalen (Fig. 16).

a) Spannungen durch das Eigengewicht.

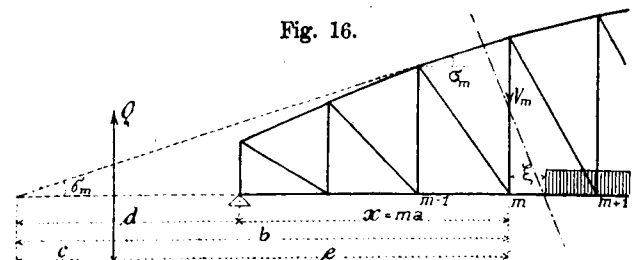
$$V_g = -Q_g \frac{c}{b} = -Q_g \frac{b-e}{b} = -\left(Q_g - \frac{M_g}{b}\right), \text{ und nach Ein-}$$

setzung von

$$Q_g = \frac{1}{2} g l - g \left(x - \frac{a}{2}\right) - a g_2$$

$$M_g = \frac{1}{2} g x (l-x)$$

Fig. 16.





$$b = \frac{h_m}{\tan \sigma_m} = \frac{\lambda^2 + x(l-x)}{l - 2x + a}$$

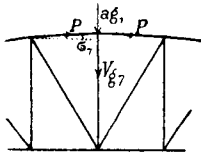
$$V_g = - \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{\lambda^2 (n-2m+1)}{\lambda^2 + m(n-m)a^2} ag - ag_2 \right] =$$

$$= - \left[ \frac{4450(15-2m)}{1 + 0.0166m(14-m)} - 6550 \right].$$

Diese Formel gilt jedoch nicht für  $V_{g0}$  und  $V_{g7}$ , sondern es ist

$$V_{g0} = - \frac{13 ag - ag_1}{2} = - 59025 \text{ kg und entsprechend Fig. 17:}$$

Fig. 17.



$$V_{g1} = - ag_1 + 2 P \sin \sigma_1 = - ag_1 + 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{g l^2}{h_1} \cdot \frac{4(h_1 - h_0)}{l^2} \cdot a$$

$$= - ag_1 + \frac{h_1 - h_0}{h_1} ag = + 1655 \text{ kg.}$$

Daher

Tabelle IX.

m = ....	0	1	2	3	4	5	6	7
$V_g = \dots$	-59025	-41032	-28455	-19325	-12170	-6186	-880	+1655

b) Zufällige Belastung.

Für  $\max (-V_p)$  gilt die gleiche ungünstige Belastung wie für  $\max (+D_p)$ , daher  $\xi = \frac{x(b+l)}{xl+b(l-a)} a$  und

$$\max (-V_p) = - \frac{1}{2} \frac{d(d+x)(l-a-x)^2}{l(d+x)-ad} \cdot \frac{p}{b},$$

$$= - \frac{1}{2} \frac{[\lambda^2 + x(x-a)](l-a-x)^2}{\lambda^2(l-a) + x[\lambda^2 - a^2 - x(l+a)]} \cdot p =$$

$$= - \frac{1}{2} \frac{[\lambda^2 + m(m-1)a^2](n-m-1)^2}{\lambda^2(n-1) + m[n^2 + 1 - m(n+1)]a^2} a p =$$

$$= - \frac{[1 + 0.0166m(m-1)](13-m)^2 3915}{13 + 0.0166m(196-15m)},$$

woraus

Tabelle X

m = ....	0	1	2	3	4	5	6	7
$V_p = \dots$	-50903	-35194	-26398	-21000	-17118	-14372	-12148	-10100

Für die größten Zugspannungen der Vertikalen hat man

$$\max (+V_p) = V_t - \max (-V_p),$$

worin die Spannung bei totaler Belastung:

$$V_t = - a p \left[ \frac{1}{2} \frac{\lambda^2 (n-2m+1)}{\lambda^2 + m(n-m)a^2} - 1 \right] =$$

$$= - 7830 \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{15-2m}{1 + 0.0166m(14-m)} - 1 \right].$$

Tabelle XI.

m = .....	0	1	2	3	4
$V_t = \dots$	-50903	-34385	-23232	-14934	-8728
$\max (+V_p) =$	0	+809	+3166	+7918	+8390

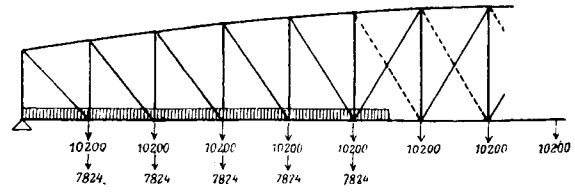
Für das positive Maximum der folgenden Vertikalen  $V_5$  bis  $V_7$  ist

$$\max (+V) = P_m \sin \sigma_m - P_{m+1} \sin \sigma_{m+1} - ag_1$$

$$= \frac{M_m}{h_m} (\tan \sigma_m - \tan \sigma_{m+1}) - 2350,$$

worin angenommen werden kann:

Fig. 18.



$$M_m = \frac{8900}{2} (14-m) m a + 7830 \left[ \frac{m}{2n} (m+1)(n-m) \right] a$$

$$= a \left[ (4450 m (14-m) + \frac{3915}{14} m (m+1) (14-m) \right],$$

daher

Tabelle XII.

m = .....	5	6	7	8
$M_m = \dots$	1807572	2007684	2130670	—
$\tan \sigma_m = \dots$	0.077	0.046	0.015	-0.015
$\max (+V) \dots$	+2911	+3354	+3477	—

Wird bei Berechnung der Vertikalen berücksichtigt, daß eine Knickung derselben nur in der Fläche des Trägers wahrscheinlich ist, und daß sie für diesen Fall als eingespannt betrachtet werden können, so ist bei Annahme einer freien Länge gleich der um ca. 0.9 m verminderten theoretischen Länge, bei fünffacher Sicherheit:

$$\max V \leq \frac{4}{5} \frac{\pi^2 E J}{(h_m - 0.9)^2}$$

woraus

$$J \geq 0.000633 \max V (h_m - 0.9)^2$$

worin für  $J$  in Centimeter,  $V$  in Kilogramm und  $h_m$  in Meter einzusetzen sind.

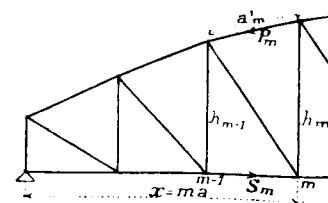
In der nachfolgenden Tabelle XIII (S. 143) sind die auf die Vertikalen bezug habenden Daten zusammengestellt.

Die Gurtungen.

a) Obere Gurtung.

Allgemein ist (Fig. 19):

Fig. 19.



$$P_m = - \frac{M_m}{h_m} \sec \sigma_m,$$

somit

$$\min P = P_g = - \frac{1}{2} \frac{g x (l-x)}{h_m} \sec \sigma_m = - \frac{1}{2} a g \frac{m(n-m)a}{h_m} \sec \sigma_m =$$

$$= - 26380 \frac{m(14-m)}{h_m} \sec \sigma_m$$

$$\max P = P_{g+p} = - 49588 \frac{m(14-m)}{h_m} \sec \sigma_m.$$

Für diese Gurtung ist noch überdies gegen Knickung, unter Annahme freier Enden:

$$J \geq \frac{5 \max P}{\pi^2 E} (a')^2$$

$$\geq 0.00253 \max P (a')^2.$$

Hieraus erhält man Tabelle XIV (S. 143).

T a b e l l e X I I I.

$m = \dots\dots\dots$	0	1	2	3	4	5	6	7
$\max V = V_g + \max(-V_p) =$	$-109928$	$-76226$	$-54853$	$-40325$	$-29288$	$-20558$	$-13028$	$-8445$
$\min V = V_g + \max(+V_p) =$	$-59025$	$-40223$	$-25289$	$-11407$	$-3780$	$+2911$	$+3354$	$+3477$
$k = 800 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\min V}{\max V}\right) =$	1000	1000	985	913	852	744	697	685
Erforderl. Nettoquerschnitt								
$F_0 = \frac{\max V}{k} = \dots\dots$	110	76	56	44	35	28	19	13
Erforderl. $J = \dots\dots\dots$	1472	1620	1607	1470	1270	982	669	442
Angewend. Querprofile ....								
Vorhandenes $F_0 \dots\dots\dots$	381	79.6	68	48	43.2	39.0	39.0	34.5
" $J \dots\dots\dots$	102440	3168	2634	1561	1405	1246	1246	630
Durchmesser der Anschlussnieten $d = \dots\dots\dots$	24	22	20	20	20	20	20	20
Anzahl der Anschlussnieten $n = \dots\dots\dots$	—	25	24	18	14	12	8	6

T a b e l l e X I V.

$m = \dots\dots\dots$	1	2	3	4	5	6	7
$\min P = \dots\dots\dots$	$-52255$	$-83331$	$-103077$	$-115723$	$-123609$	$-127928$	$-129262$
$\max P = \dots\dots\dots$	$-98228$	$-156643$	$-193759$	$-217532$	$-232366$	$-240474$	$-242981$
$k = 800 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\min P}{\max P}\right) = \dots\dots$	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
Erforderliches $F_0 = \frac{\max P}{1000} = \dots\dots$	98	157	194	218	232	240	243
Erforderliches $J = \dots\dots\dots$	9080	14319	17569	19571	20782	21422	21602
Angewendete Querprofile ....							
Vorhand. Netto-Querschnitt $F_0$	98	158	218	244	244	244	244
Vorhand. $J = \dots\dots\dots$	16500	—	33040	—	—	—	—

T a b e l l e X V.

$m = \dots\dots\dots$	1	2	3	4	5	6	7
$\min S = \dots\dots\dots$	0	$+51231$	$+82181$	$+102056$	$+115033$	$+123245$	$+127800$
$\max S = \dots\dots\dots$	0	$+96302$	$+154480$	$+191841$	$+216235$	$+231671$	$+240232$
$k = 800 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\min S}{\max S}\right) \dots\dots$	—	1000	1000	1000	1000	1000	1000
Erforderliche $F_0 = \frac{\max S}{k} = \dots\dots$	0	96	154	192	216	232	240
Angewendete Querprofile ....							
Vorhand. Netto-Querschnitt $F_0$	98	98	160	192	217	243	243



b) Untere Gurtung. Nach Fig. 19 ist:

$$S_m = + \frac{M_m - 1}{h_m - 1},$$

somit

$$\min S = S_g = + \frac{1}{2} g \frac{(x+a)(l-x+a)}{h_m - 1} =$$

$$= + \frac{1}{2} a g \frac{(m-1)(n-m+1)}{h_m - 1} a = + 2638 \frac{(m-1)(15-m)}{h_m - 1}$$

$$\max S = S_g + p = + 49588 \frac{(m-1)(15-m)}{h_m - 1},$$

woraus man die vorstehende Tabelle XV erhält. (S. 143.)

#### Die Windstreben.

Die dem Winde ausgesetzte Fläche wurde gleich der  $1\frac{1}{2}$ -fachen Ansichtsfläche der Brücke angenommen. Nachdem diese ungefähr  $200 m^2$  beträgt, so ist der gesammte Winddruck gegen die Brücke:

$$= 1\frac{1}{2} \times 200 \times 250 = 75000 \text{ kg.}$$

Lässt man hievon 40% auf die obere und 60% auf die untere Gurtung entfallen, so ist für den Winddruck:

$$g_1 = \frac{75000 \times 0.40}{83} = 362 \text{ kg} \quad a g_1 = 2146 \text{ kg}$$

$$g_2 = \frac{75000 \times 0.60}{83} = 542 \text{ kg} \quad a g_2 = 3213 \text{ kg}$$

a) Die unteren Windstreben (Fig. 20).

$$D_m = + \frac{1}{2} (n - 2m + 1) g_2 \sec \alpha$$

Fig. 20.

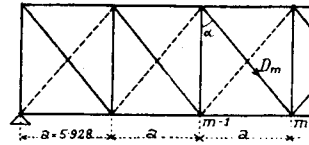
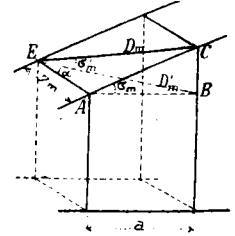


Fig. 21.



$$\sec \alpha = 1.310$$

$$D_m = + 2105 (15 - 2m),$$

woraus

T a b e l l e X V I.

m = .....	1	2	3	4	5	6	7
$D_m = \dots\dots\dots$	+ 27365	+ 23155	+ 18945	+ 14735	+ 10525	+ 6315	+ 2105
Erforderlich $F_0 = \frac{D_m}{1200} \dots\dots\dots$	22.8	19.3	15.8	12.3	8.6	5.3	1.8
Angewendetes Querprofil .....	$\frac{250}{10}$	$\frac{220}{10}$	$\frac{180}{10}$	$\frac{145}{10}$	$\frac{110}{10}$	$\frac{80}{10}$	$\frac{60}{8}$
Durchm. der Anschlussnieten in mm d = ..	22	20	20	20	20	20	20
Anzahl der Anschlussnieten n = .....	8	8	7	5	4	3	2

b) Obere Windstreben (Fig. 21).

$$D_m = D'_m \sec \alpha'_m = D'_m \frac{CE}{BE} = D'_m \frac{\sqrt{49 + (a \sec \alpha'_m)^2}}{\sqrt{7^2 + a^2}} =$$

$$= D'_m \frac{\sqrt{49 + 35.14 \sec^2 \alpha'_m}}{9.173}$$

$$D'_m = \frac{1}{2} (n - 2m + 1) a g_1 \sec \alpha$$

$$D_m = 1406 (15 - 2m) \frac{\sqrt{49 + 35.14 \sec^2 \alpha'_m}}{9.173},$$

woraus

T a b e l l e X V I I.

m = .....	1	2	3	4	5	6	7
$D_m = \dots\dots\dots$	+ 18431	+ 15555	+ 12706	+ 9866	+ 7039	+ 4220	+ 1406
Erforderlich $F_0 = \frac{D_m}{1200} \dots\dots\dots$	15.4	12.9	10.6	8.2	5.9	3.6	1.2
Angewendetes Querprofil .....	$\frac{175}{10}$	$\frac{150}{10}$	$\frac{130}{10}$	$\frac{105}{10}$	$\frac{80}{10}$	$\frac{60}{8}$	$\frac{60}{8}$
Durchm. der Anschlussnieten in mm d = ..	20	20	20	20	20	20	20
Anzahl der Anschlussnieten n = .....	7	6	5	4	3	2	2

Beanspruchung der Endständer durch den Winddruck.

Der auf die obere Gurtung wirkende Winddruck von

$$0.40 \times 75000 = 30000 \text{ kg,}$$

wird auf die oberen Enden der vier Endständer übertragen, die dadurch, bei Annahme eines Hebelarmes von 7.0 m einem Biegemoment von:

$$M = \frac{30000}{4} \times 500 = 3750000 \text{ kg/cm}$$

ausgesetzt sind. Da dem für die Endständer, entsprechend Tabelle XIII, angenommenen Querprofil ein Widerstandsmoment  $W = 5122 \text{ cm}^3$  und eine Netto-Querschnittsfläche  $F_0 = 381 \text{ cm}^2$  entsprechen, so beträgt bei gleichzeitiger Annahme der Beanspruchung der Ständer durch die un-

günstigste Belastung,  $\max V_0 = 109928 \text{ kg}$ , die Inanspruchnahme der äußersten Faser:

$$k = \frac{3750000}{5122} + \frac{109928}{381} = 1022 \text{ kg pro cm}^2.$$

#### Die Lager.

Bei Bestimmung der Dimensionen der projectirten Kipp- und Roll-lager wurde für Uleåborg eine Abweichung von der Mitteltemperatur von  $40^\circ \text{C}$ . angenommen, weshalb sich nach Winkler als größte Längen-änderung der Hauptträger, unter Berücksichtigung der Verlängerung der unteren Gurtung durch die Biegung des Trägers ergibt:

$$\Delta = 0.000118 \times 40 \times 83000 + 0.19 \times 83 - 0.0008 (83)^2 = 50 \text{ mm.}$$

Da Lagerplatten und Rollen (Stelzen) aus Gusseisen ausgeführt werden sollten, so ergab sich nach demselben Verfasser:

$$\text{Durchmesser der Stelzen } d = 150 + 1.6 l = 150 + 1.6 \cdot 83 = 280 \text{ mm;}$$

$$\text{Anzahl der Stelzen } n = 3 + 0.045 l = 7;$$

$$\text{Dicke der Stelzen an den Enden } \beta = 2\Delta + 25 = 125 \text{ mm;}$$

$$\text{„ „ „ in der Mitte } \beta_1 = 0.2 d = 60 \text{ mm;}$$

$$\text{Spielraum zwischen den Stelzen } = 20 \text{ mm;}$$

$$\text{Länge der Unterlagsplatte } = 1.3 n \beta = 1140 \text{ mm;}$$

$$\text{Breite der Ueberlagsplatte } b_1 = 680 \text{ mm;}$$

$$\text{Breite der Unterlagsplatte } = 1.2 b_1 = 820 \text{ mm;}$$

$$\text{Dicke „ „ } = 0.4 d = 110 \text{ mm;}$$

$$\text{Länge des oberen Lagerkörpers } \lambda = 1.2 n \beta = 1040 \text{ mm;}$$

$$\text{Höhe „ „ „ in der Mitte } h = 0.2 \lambda = 210 \text{ mm;}$$

$$\text{Dicke der oberen Lagerplatte am Ende } = 0.35 h = 75 \text{ mm;}$$

$$\text{„ „ „ „ in der Mitte } h_1 = 100 \text{ mm;}$$

$$\text{Länge des Balanciers } \lambda_1 = 800 \text{ mm;}$$

$$\text{Höhe „ „ } = h \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda}} = 180 \text{ mm;}$$

$$\text{Dicke „ „ am Ende } = 70 \text{ mm;}$$

$$\text{„ „ „ in der Mitte } = 90 \text{ mm;}$$

$$\text{Halbmesser des Drehzapfens } r = 55 \text{ mm.}$$

#### Die Konstruktion des Oberbaues.

Die auf Grund obiger Berechnungen entworfene Konstruktion des Oberbaues ist aus den Tafeln XXX und XXXI zu ersehen.

#### 4. Die Gewichts Berechnung der Eisenkonstruktion.

Die auf Grund jener Konstruktion durchgeführte Gewichts Berechnung ergab folgende Gewichte:

Fahrbahn . . . . .	42.441 kg
Hauptträger: Gurtungen . . . . .	66.477 „
„ Gitterwerk . . . . .	42.917 „
Obere Querverbindungen . . . . .	12.505 „
„ Windstreben . . . . .	4011 „
Untere „ . . . . .	4237 „
Lager . . . . .	10.600 „
	183.188 kg
Hiezu für Nieten etc. 3% . . . . .	5495
Summa . . . . .	188.683 kg.

#### 5. Ausführung und Montirung der Eisenkonstruktion.

Die Ausführung geschah in üblicher Weise unter Beachtung der gleichen Regeln, wie dieselben z. B. in den deutschen Normalbedingungen für die Lieferung von Eisenkonstruktionen vorgeschrieben sind, und unter spezieller Beachtung der bei Flusseisen nöthigen Vorsicht. So wurden bei Blechen und Flacheisen sämtliche Kanten gehobelt, und die scharfen Ecken abgefeilt. Sämtliche Löcher wurden mittelst Bohrmaschinen gebohrt. Dadurch, daß die Theile vor der Zulage möglichst vollständig und genau vorgezeichnet und bearbeitet wurden, ging letztere rasch vonstatten, ohne daß beim Passen der Löcher wesentliche Nacharbeiten nöthig gewesen wären.

Irgend welche bedenkliche Eigenschaften des Materiales, wie sie bei ja bei Flusseisen oft konstatiert wurden, sind bei der Bearbeitung nicht beobachtet worden.

Auch die Montirung wurde in üblicher Weise, vermittlest eines festen Gerüstes und mit Hilfe eines hölzernen Laufkrabns ausgeführt, wie selbe aus den Zeichnungen und

dem photographischen Bilde auf Tafel XXXII zu ersehen sind. Es war nothwendig, das Gerüst besonders kräftig auszuführen, theils weil der Fluss an jener Stelle eine Schnelle bildet und die Pfähle schon bei geringerer Tiefe auf Felsen stießen, wodurch die Joche der Gefahr des Unterspülens ausgesetzt waren, theils, weil zu der Zeit, als die Brücke fertig werden sollte, das Flößen in der Elf zu beginnen pflegt, und das Gerüst bei unvorhergesehener Versäumnis der Montirung genügend stark sein sollte, um dagegen anlaufenden Stämmen Widerstand leisten zu können. Außerdem sollte während des Baues über die Montirungsbrücke der Straßenverkehr vermittelt werden.

#### Die Widerlager.

Die Widerlager wurden aus Granitquadern mit Cementmörtel ausgeführt und in geringer Tiefe direkt auf festen Grund fundirt (an einem Ufer auf Felsen und am anderen auf steinigem Schotter). Im Uebrigen ist die Anordnung der Widerlager aus den Figuren auf Tafel XXX zu ersehen.

#### Die Probelastung.

Konstruktionstheil	u Tonnen	L cm	S Tonnen	F cm <sup>2</sup>	$u \frac{LS}{F}$
0-0'	-0.5	550.0	-51.942	427.1	33.4
0'-1'	-0.455	604.6	-45.973	114.0	110.8
0'-1	+0.606	808.0	+61.445	133.4	225.5
0-1	0	592.8	0	114.0	0.0
1-1'	-0.410	669.4	-36.108	90.2	109.3
1'-2'	-0.790	601.1	-73.312	174.0	200.1
1'-2	+0.490	893.6	+41.055	90.4	198.8
1-2	+0.445	592.8	+45.071	114.0	104.3
2-2'	-0.360	770.4	-25.040	76.0	91.1
2'-3'	-1.065	598.7	-90.682	234.0	247.0
2'-3	+0.450	972.2	+28.678	68.0	184.4
2-3	+0.777	592.8	+72.299	180.0	183.7
3-3'	-0.355	853.0	-17.006	56.0	93.0
3'-4'	-1.310	596.3	-101.809	268.0	289.8
3'-4	+0.430	1038.9	+20.019	54.0	165.6
3-4	+1.057	592.8	+89.785	212.0	265.3
4-4'	-0.355	917.3	-10.710	50.2	69.4
4'-5'	-1.550	594.6	-108.757	268.0	374.0
4'-5	+0.445	1091.5	+13.305	44.4	145.3
4-5	+1.303	592.8	+101.202	244.0	321.1
5-5'	-0.375	963.2	-5.444	45.4	43.3
5'-6'	-1.800	593.4	-112.546	268.0	448.5
5'-6	+0.492	1130.7	+7.656	36.0	118.3
5-6	+1.545	592.8	+108.426	276.0	359.7
6-6'	-0.420	990.8	-0.774	45.4	7.1
6'-7'	-2.090	592.8	-113.719	268.0	525.7
6'-7	+0.550	1154.0	+2.500	26.0	61.3
6-7	+1.800	592.8	+112.432	276.0	434.6
7-7'	+0.072	1000.0	+1.456	41.7	$\frac{u}{2} \frac{LS}{F} = 1.3$

$$\frac{1}{2} \sum u \frac{LS}{F} = 5412.2$$

Die theoretische Bestimmung der Durchbiegung der Hauptträger bei der Probebelastung erfolgte nach der bekannten Mohr'schen Methode. Werden die Längen der einzelnen Gitterstäbe allgemein mit  $L$ , deren Brutto-Querschnitt mit  $F$ , die durch die Probelast hervorgebrachte Spannung mit  $S$  und der Elastizitätskoeffizient des Materials mit  $E$ , sowie die Spannung der Stäbe bei Anbringung der Lasteinheit in der Trägermitte mit  $u$  bezeichnet, so ist bekanntlich die elastische Durchbiegung in der Mitte

$$y = \frac{1}{E} \sum u \frac{LS}{F}$$

Die Werte für  $L$ ,  $S$  und  $F$  können direkt aus den vorhergehenden Tabellen entnommen werden, wobei speziell für  $S$  bei totaler Belastung bei den Diagonalen und Vertikalen in Tab. V und IX, die Werthe für  $D_g$  und  $V_g$  mit dem Verhältnis  $\frac{p}{g} = \frac{ap}{ag} = 0.88$  zu multiplizieren, und für die Gurtungen, aus Tab. XIV und XV die Werte  $(\max P) - (\min P)$  und bez.  $(\max S) - (\min S)$  zu nehmen sind. Die Werte für  $u$  müssen besonders ermittelt werden. Hiezu wird am einfachsten das graphische Verfahren angewendet, wie es auch hier geschehen ist.

Werden die unteren Knotenpunkte wie in Fig. 2 mit 0, 1, 2 . . . und die oberen mit bezw. 0', 1', 2' . . . be-

zeichnet, so ergibt sich hiernach für die eine Trägerhälfte die vorstehend auf S. 145 abgedruckte Tabelle.

$$\text{Für } E = 2100 \text{ ton. ist daher } y = \frac{2 \times 5412 \cdot 2}{2100} = 5.08 \text{ cm} = 50.8 \text{ mm.}$$

Beim Montiren mussten die Diagonalen natürlich einige künstliche Spannung erhalten. Wäre dies nicht der Fall gewesen, so hätte beim Abrüsten die elastische Durchbiegung durch das Eigengewicht  $= y \cdot \frac{g}{p} = 58 \text{ mm}$  sein müssen, in Wirklichkeit aber soll bei dieser Gelegenheit nur eine totale Durchbiegung von 35 mm beobachtet worden sein.

Für die Probebelastung wurde Dammerde von 1520 kg Gewicht per  $m^2$  verwendet, die zur Erreichung von 400 kg Belastung per  $m^2$ , in einer Höhe von 0.263 m über die Brückenbahn ausgebreitet wurde — eine Arbeit, die zwei Tage in Anspruch nahm. Diese Belastung wurde durch zwei Stunden auf der Brücke belassen, wonach die totale Durchbiegung gemessen wurde, und  $= 40.1 \text{ mm}$  gefunden worden sein soll. Da nach Entfernung der Last, elf Tage später, eine bleibende Durchbiegung von 5.0 mm konstatirt wurde, betrug hiernach die elastische Durchbiegung 35.1 mm.

## Graphische Auflösung der Gleichungen der ersten vier Grade.

Von August Adler, Supplent an der k. k. Oberrealschule in Klagenfurt.

Es gibt bekanntlich eine sehr große Anzahl von Methoden, welche, wenigstens in der Theorie, geeignet erscheinen, Gleichungen und namentlich solche der ersten vier Grade graphisch aufzulösen.

Alle diesbezüglichen Methoden lassen sich jedoch in drei Klassen theilen:

Einmal gehen sie gewissermaßen indirekt vor, in dem sie die Funktion  $y = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$  für vorgelegte  $x$  auszuwerthen bestrebt sind und dann umgekehrt jene Werthe von  $x$  suchen, welche diese Funktion auf Null bringen. Dahin gehören die Methoden von Lill („Résolution graph. des équations numériques“, *Nouvelles Annales des Math.* 2. Série, t. 6, Paris 1866), von Wehage („Mechanismen zur Auflösung höherer Gleichungen“, *Zeitschr. d. V. d. Ing.* 1877, pag. 110), von Culmann („Graph. Statik“), von Eggers („Grundzüge einer graph. Arithmetik“), von Lagrange („Oeuvres complètes“ t. 7, pag. 268—271) und anderen.

Ein anderes Mal gehen viele der bekannten Methoden direkt vor, indem sie die Wurzeln einer vorgelegten Gleichung dadurch bestimmen, dass sie zwei jedesmal zu konstruierende Kurven miteinander (oder mit geraden Linien) zum Schnitte bringen und den Schnittpunkten in irgendeiner Weise Zahlen entsprechen lassen. Ueber die große Menge derartiger Verfahren findet man eine Uebersicht in Matthiessen „Grundzüge der modernen und antiken Algebra“.

Endlich sind noch Methoden angegeben worden, bei denen man schon konstruirte Hilfstafeln benützt und die Wurzeln einer aufzulösenden Gleichung übrigens auch da-

durch bestimmt, dass man verschiedene Kurven miteinander zum Schnitt bringt. Derartige Methoden, welche oft sehr interessant sind, wurden von Lalanne, Reuschle („Graph. mech. Apparat zur Auflösung der Gleichungen“, Stuttgart 1885) und von dem Verfasser vorliegender Arbeit angegeben\*).

Von der großen Zahl der angegebenen Methoden zur graphischen Auflösung der Gleichungen sind aber nur die wenigsten praktisch brauchbar.

Sehr viele derselben verlangen nämlich die punktweise Konstruktion von Kurven, und sind schon aus diesem Grunde praktisch wertlos; andere wieder lösen nicht die vollständige Gleichung vierten Grades, sind nicht genau genug, oder erfordern zu ihrer Ausführung zu viel Zeit; alle aber verlangen, dass die Koeffizienten der aufzulösenden Gleichung gewisse gegenseitige Verhältnisse einhalten, so dass, wenn man eine nicht ausgesuchte Gleichung auflösen will, man oft sehr umständliche Transformationen mit der vorgelegten Gleichung vornehmen muss; endlich sind sehr viele der in Rede stehenden Methoden von ihren Verfassern nicht einmal genügend durchgearbeitet worden.

Diese Uebelstände sind wohl auch Schuld, dass keine der oben erwähnten Methoden denjenigen, der ernsthaft Gleichungen graphisch lösen will, vollständig befriedigt, so hübsch auch manchmal die Gedanken sind, welche diesen Methoden zugrunde liegen.

\*) A. Adler: „Zur graph. Auswertung der Funktionen mehrerer Veränderlichen“. Sitz.-Ber. der kais. Akademie d. Wissensch., Wien 1886, Bd. XCIV.

Im Folgenden erlaubt sich der Verfasser eine einfache, durchgearbeitete Methode zur Auflösung der Gleichungen vierten Grades darzulegen, welche sich, seiner Meinung nach, für die praktische Anwendung besser als die anderen bekannten Methoden eignen dürfte.

Am Schlusse der Arbeit sind die „Regeln“ zur graphischen Auflösung der Gleichungen nach dieser Methode zusammengestellt; dieselben können auch verstanden und benützt werden, ohne die folgenden Entwicklungen zu lesen.

1. Wir gehen dabei von der graphischen Auflösung der unvollständigen Gleichung vierten Grades aus:

$$z^4 + pz^2 + qz + r = 0 \dots\dots\dots (1)$$

Wir benutzen zu diesem Zwecke die Parabel  $P(y^2 + x = 0)$  und den Kreis  $K$  mit der Gleichung

$$(x - m)^2 + (y - n)^2 - \rho^2 = 0.$$

Die Koordinaten des Mittelpunktes  $M$  des Kreises  $K$  sind also  $m$  und  $n$  und sein Radius ist  $\rho$ .

Setzt man den Werth von  $x$ , welcher aus der Parabelgleichung folgt, in die Kreisgleichung ein, so erhält man die Gleichung:

$$y^4 + (1 + 2m)y^2 - 2ny + (m^2 + n^2 - \rho^2) = 0 \dots (2)$$

Die Wurzeln dieser Gleichung sind die Ordinaten der Schnittpunkte von  $P$  und  $K$ .

Wählt man nun den Kreis  $K$  so, daß:

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{p-1}{2} \\ n &= -\frac{q}{2} \\ \text{und } \rho &= \sqrt{m^2 + n^2 - r} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

werden, so geht die Gleichung (2) in (1) über und die Ordinaten der gefundenen Schnittpunkte von  $P$  und  $K$  sind die Wurzeln der vorgelegten Gleichung (1).

Man kann also den Kreis  $K$  immer so wählen, daß die Ordinaten der Schnittpunkte von  $K$  und  $P$  die Wurzeln der Gleichung (1) werden.

Es kann übrigens vorkommen, daß

$$m^2 + n^2 = \left(\frac{p-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{q}{2}\right)^2$$

kleiner als  $r$  wird, dann wird  $\rho$  imaginär und die vorgelegte Gleichung hat dann gar keine reelle Wurzeln.

2. Auf der Tafel XXXIII, welche dieser Arbeit beigegeben ist, sind drei Parabeln, eine mit voller, eine mit anfänglich strichpunktirter und eine mit gestrichelter Linie verzeichnet.

Jede Parabel kann immer durch die Gleichung  $y^2 + x = 0$  dargestellt werden, wenn man nur die Einheit entsprechend wählt, nämlich als Einheit die Strecke zwischen Brennpunkt und Scheitel der entsprechenden Parabel nimmt.

Auch unsere drei Parabeln können daher jede für sich durch die Gleichung  $y^2 + x = 0$  dargestellt werden, wie wir im Folgenden auch immer annehmen wollen; dann muss aber der vollen Parabel die Einheit  $S$  (10 mm), der strichpunktirten die Einheit  $R$  (50 mm) und der gestrichelten die Einheit  $B$  (100 mm) zugrunde gelegt werden, wie wir es auch immer thun wollen, so daß, wenn man irgend eine der drei Parabeln benützen will, man auch jederzeit die

entsprechenden Strecken  $S$ ,  $R$  oder  $B$  als Einheit anwenden muss; übrigens sind die Beschreibungen auf den Koordinatenachsen schon diesen Einheiten entsprechend durchgeführt.

Zu den Punkten jeder der drei Parabeln unserer Tafel sind auch Zahlen hinzugeschrieben, und zwar, wie man erkennt, ist zu jedem Punkte die Maßzahl  $z$  der zugehörigen Ordinate hinzugeschrieben, wobei auch diese Ordinate mittelst der entsprechenden Einheit gemessen wurde.

Die Zahlen  $z$ , welche der vollen Parabel entsprechen, sind dabei mit arabischen Zahlzeichen geschrieben; die Zahlen, welche der strichpunktirten Parabel entsprechen, sind mit römischen Zahlreihen geschrieben, endlich die Zahlen, welche der gestrichelten Parabel entsprechen, sind mit eingeklammerten arabischen Zahlzeichen geschrieben; dementsprechend ist auch die Beschreibung der Koordinatenachsen eingerichtet.

Alle derartigen Zahlen  $z$  oberhalb der  $X$ -Achse sind positiv, die unterhalb der  $X$ -Achse negativ, wie die entsprechenden Ordinaten.

3. Will man nun mit Hilfe dieser Tafeln die Wurzeln der Gleichung (1) finden, so bestimmt man die Größen  $m$ ,  $n$  und  $\rho$  nach (3), entscheidet sich dann für eine der drei vorliegenden Parabeln, wodurch dann auch die Einheit gegeben ist, nach welcher  $m$ ,  $n$  und  $\rho$  aufgetragen werden müssen, und zeichnet den Kreis  $K^*$ ). Bei den Schnittpunkten von  $P$  und  $K$  stehen auf  $P$  gewisse Zahlen, welche schon die Wurzeln der vorgelegten Gleichung (1) sind.

Es kann nun auch vorkommen, daß keine der verzeichneten Parabeln benutzt werden kann; sind z. B.  $m$  und  $n$  größer als 1, so kann die gestrichelte Parabel nicht mehr benutzt werden; ist  $m > 3$  oder  $n > 2$ , so kann die gestrichelte und strichpunktirte Parabel nicht mehr benutzt werden; ist endlich  $m > 15$  und  $n > 10$ , so kann direkt keine der drei Parabeln benutzt werden, weil dann der Mittelpunkt des Kreises (mit der entsprechenden Einheit aufgesucht) nicht mehr auf die Zeichenfläche zu liegen kommt.

Wie man in diesen häufig vorkommenden Fällen vorgehen muss, soll aber erst später gezeigt werden.

4. Wir gehen jetzt zu unserer Hauptaufgabe über, zur graphischen Bestimmung der Wurzeln einer vollständigen Gleichung vierten Grades, der allgemeinen Gleichung:

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \dots\dots\dots (4)$$

Wir müssen diese Aufgabe auf die früher gelöste zurückführen und stellen demnach zuerst eine Gleichung auf, deren Wurzeln  $z$  um  $\frac{a}{4}$  größer sind als die Wurzeln  $x$  von (4).

Zu diesem Zwecke setzen wir  $x = z - \frac{a}{4}$  und erhalten:

$$\begin{aligned} 0 = z^4 + & \underbrace{\left(b - \frac{3a^2}{8}\right)}_p z^2 + \underbrace{\left[-\frac{a}{2}\left(b - \frac{a^2}{4}\right) + c\right]}_q z + \\ & + \underbrace{\left[d - \frac{ac}{4} + \frac{a^2b}{16} - \frac{3a^4}{256}\right]}_r \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

\*) Den Kreis  $K$  selbst wird man nicht thatsächlich zeichnen, sondern sich zum Aufsuchen der Schnittpunkte von  $P$  und  $K$  vorthellhaft eines Stechzirkels bedienen.

Die Gleichung (5), deren Wurzeln aber um  $\frac{a}{4}$  größer sind als die Wurzeln von (4), hat nun die Form der Gleichung (1) und sie kann daher auch mit Hilfe einer Parabel  $y^2 + x = 0$  und eines Kreises  $K$  gelöst werden; als Parabel kann wieder jede der drei gezeichneten genommen werden; die Koordinaten  $m$  und  $n$  des Mittelpunktes von  $K$  und sein Radius  $\rho$  ergeben sich aber (Art. 1) aus den Gleichungen:

$$m = \frac{p-1}{2} = \frac{b-1}{2} - \frac{3a^2}{16}, \quad n = -\frac{q}{2} = \frac{a}{4} \left( b - \frac{a^2}{4} \right) - \frac{c}{2}$$

$$\rho^2 = m^2 + n^2 - r = m^2 + n^2 + \frac{3a^4}{256} - \frac{ba^2}{16} + \frac{ac}{4} - d.$$

Der Ausdruck für  $\rho$  kann noch bedeutend vereinfacht und für die Rechnung bequemer gemacht werden; wie man sich durch Nachrechnen leicht überzeugen kann, gilt nämlich auch die Gleichung:

$$\rho = \sqrt{\left(m + \frac{a^2}{16}\right)^2 + \left(n - \frac{a}{4}\right)^2 - d}.$$

Die Koordinaten  $m$  und  $n$  des Mittelpunktes  $M$  von  $K$  und sein Radius  $\rho$  können also, wie man sieht, schon aus den Koeffizienten der ursprünglichen Gleichung (4) berechnet werden, ohne die Koeffizienten der abgeleiteten Gleichung (5) zu benutzen.

5. Zum Zwecke der Auflösung der Gleichung (4)  $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  ist es daher gar nicht nöthig, die Gleichung (5) aufzustellen, sondern man kann einfach so verfahren:

Man berechnet die Größen  $m, n, \rho$  aus den Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{b-1}{2} - \frac{3a^2}{16} \\ n &= \frac{a}{4} \left( b - \frac{a^2}{4} \right) - \frac{c}{2} \\ \rho &= \sqrt{\left(m + \frac{a^2}{16}\right)^2 + \left(n - \frac{a}{4}\right)^2 - d} \end{aligned} \right\} \dots \dots (6)$$

(wobei natürlich wie immer die Koeffizienten der Gleichung (4) sowohl ihrem Werte als auch Vorzeichen nach genommen werden müssen), dann entscheidet man sich für eine unserer drei Parabeln und damit für eine Einheit; sucht nun in der Tafel den Punkt  $M$  mit den Koordinaten  $m$  und  $n$  auf (wobei die gewählte Einheit benutzt werden muss) und schlägt aus  $M$  mit dem Radius  $\rho$  (ebenfalls gemessen mit derselben Einheit) einen Kreis  $K$ , derselbe schneidet  $P$  in Punkten, bei denen gewisse Zahlen  $z$  stehen. Die Wurzeln der vorgelegten Gleichung (4) sind nun diese abgelesenen Zahlen  $z$ , vermindert um  $\frac{a}{4}$ , wobei  $a$  auch seinem Vorzeichen nach genommen werden muss.

6. Es wird oft vorkommen, daß  $m$  und  $n$ , welche man nach den Regeln des vorigen Artikels berechnete, so groß werden, daß man die gezeichnete Hilfstafel mit den Parabeln direkt gar nicht benutzen kann; anderseits können  $m, n$  und  $\rho$  manchmal auch gar zu klein werden. Unsere ganze Methode wäre nur wenig wert, wenn man sich in diesen Fällen nicht einfach genug helfen könnte; dies ist aber glücklicherweise möglich.

Ist nämlich die Gleichung  $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  (4) gegeben, so kann man leicht eine andere Gleichung vierten Grades aufstellen, deren Wurzeln ( $t$ ) der

Reihe nach  $s$ mal kleiner sind als die entsprechenden Wurzeln ( $x$ ) der Gleichung (4).

Setzt man zu diesem Zwecke  $x = s \cdot t$  in die Gleichung (4) ein, so ergibt sich:

$$t^4 + \left(\frac{a}{s}\right)t^3 + \left(\frac{b}{s^2}\right)t^2 + \left(\frac{c}{s^3}\right)t + \left(\frac{d}{s^4}\right) = 0 \dots (7)$$

Die Wurzeln  $t$  von (7) sind  $s$ mal kleiner als die Wurzeln  $x$  von (4); die Koeffizienten von (7) werden auch kleiner als die Koeffizienten von (4) sein, sobald  $s$  größer als  $+1$  ist, so daß man zur Auflösung von (7) jetzt ohne weiters die Hilfstafel direct benutzen kann, wenn nur  $s$  passend gewählt wurde.

Zur Auflösung von (7) muss man einen Kreis  $K_s$  verwenden, dessen Bestimmungsstücke  $m_s, n_s$  und  $\rho_s$  (nach Art. 5) gefunden werden aus:

$$\left. \begin{aligned} m_s &= \frac{\left(\frac{b}{s^2}\right) - 1}{2} - \frac{3\left(\frac{a}{s}\right)^2}{16} = \frac{m}{s^2} - \frac{s^2 - 1}{2s^2} \\ n_s &= \frac{\left(\frac{a}{s}\right)}{4} \left[ \left(\frac{b}{s^2}\right) - \left(\frac{a}{s}\right)^2 \right] - \frac{\left(\frac{c}{s^3}\right)}{2} = \frac{n}{s^3} \\ \rho_s &= \sqrt{\left(m_s + \frac{a^2}{16 \cdot s^2}\right)^2 + \left(n_s - \frac{a}{4 \cdot s}\right)^2 - \frac{d}{s^4}} \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

wobei man bemerkt, daß  $m_s, n_s$  und  $\rho_s$  aus  $m, n$  und  $s$  einfach berechnet werden können, also ohne die Koeffizienten von (7) zu benutzen.

$K_s$  schneidet die gewählte  $P$  in Punkten, bei welchen Zahlen  $z$  stehen und nach Obigem (Art. 5) ist nun die gesuchte Wurzel  $t$  von Gleichung (7)  $t = z - \frac{1}{4} \left(\frac{a}{s}\right)$ ; mit  $t$  ist aber auch  $x$  von Gleichung (4) gefunden, da ja

$$x = s \cdot t = sz - \frac{1}{4}a$$

ist. Da aber  $m_s, n_s$  und  $\rho_s$ , somit auch  $K_s$  und die Zahlen  $z$  nach Obigem gefunden werden können, ohne erst die Gleichung (7) aufzustellen, so wird man zur Auflösung von (4), falls  $m$  und  $n$  zu groß werden, einfach eine Zahl  $s$  entsprechend wählen, damit  $m_s, n_s, \rho_s$  berechnen,  $K_s$  verzeichnen und dadurch  $z$  finden, ohne die Gleichung (7) aufzustellen; die gesuchten Wurzeln  $x$  von Gleichung (4) werden gefunden aus:

$$x = s \cdot z - \frac{a}{4} \dots \dots \dots (9)$$

Als  $s$  könnte man jede passende Zahl wählen, vortheilhaft wird man für  $s$  nur Potenzen von 5 oder 10 wählen.

7. Mit der Auflösung der vollständigen Gleichung vierten Grades sind auch die Auflösungen aller Gleichungen der ersten vier Grade gegeben.

Betreffs der Gleichungen dritten und zweiten Grades muss aber hier noch eine kurze Bemerkung eingeschaltet werden:

Um die Gleichung dritten Grades

$$x^3 + ax^2 + bx + c = d \dots \dots \dots (10)$$

nach unserer Methode aufzulösen, müssen wir (10) zunächst auf eine Gleichung vierten Grades bringen; wir multiplizieren zu dem Zwecke die Gleichung (10) mit  $x$  und erhalten so die Gleichung vierten Grades:

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx = 0 \dots \dots \dots (11)$$

welche Gleichung (11) wir nun nach Obigem (Art. 5 und 6) leicht graphisch auflösen können; aus den vier Zahlen  $z$ , welche dabei unser Kreis  $K$  auf  $P$  ausschneidet, erhält man die Wurzeln der Gleichung (11) und damit auch die eigentlich gesuchten Wurzeln von (10).

Eine Wurzel von 11 ist nun gleich Null; eine dieser Zahlen  $z$  wird daher eine ganze bestimmte, schon im Voraus anzugebende Größe haben müssen; hat man zur Konstruktion von  $K$  die Zahlen  $m, n, p$  benützt, so wird nämlich diese in Rede stehende Zahl  $z$  gleich  $\frac{a}{4}$  sein müssen (Art. 5); hat man aber die Größen  $m_s, n_s, p_s$  und damit  $K_s$  verwendet, so wird sie  $\frac{1}{s} \times \frac{a}{4}$  sein müssen (Art. 6).

Der Kreis, welcher (11) und damit (10) auch auflöst, geht also durch einen im Vorhinein zu bestimmenden Punkt von  $P$ ; hat man demnach den Mittelpunkt dieses auflösenden Kreises bestimmt, so braucht man nicht seinen Radius noch zu berechnen, da man ja einen Punkt auf  $P$  kennt, durch welchen der Kreis hindurchgehen muss; aus den übrigen drei Schnittpunkten von  $K$  und  $P$  ergeben sich dann die gesuchten drei Wurzeln der Gleichung dritten Grades (10) auf oben dargestellte Weise.

Wird  $a = 0$ , ist also

$$x^3 + b x + c = 0 \dots\dots\dots (12)$$

aufzulösen, so geht der auflösende Kreis durch den Ursprung des Koordinatensystems, sonst nicht.

Für Gleichungen zweiten Grades wird  $K$  die gewählte Parabel  $P$  in einem voraus leicht bestimmbar Punkte berühren, und außerdem noch in zwei weiteren Punkten (im Allgemeinen) schneiden; aus den letzteren zwei Punkten ergeben sich ganz wie früher die Wurzeln der quadratischen Gleichung:

$$x^2 + a x + b = 0 \dots\dots\dots (13)$$

8. Ist  $z = \sqrt[r]{m}$ , so ist auch  $z^r - m = 0$ , d. h. jede  $r$ te Wurzel aus einer Zahl lässt sich auch als Wurzel einer Gleichung  $r$ ten Grades berechnen.

Wir können demnach auch mit unserer Tafel die Wurzeln zweiten, dritten und vierten Grades auf das Einfachste finden und umgekehrt auch Potenzen zweiten, dritten und vierten Grades.

Die dazu nöthigen Konstruktionen ergeben sich aus Obigem leicht und sind meistens sehr einfach; wir gehen aber darauf nicht ein, da diese Aufgaben doch bequemer mittelst gerechneter Hilfstafel gelöst werden.

9. Zum Schlusse wollen wir aber noch einige einfache Anwendungen und Eigenschaften unserer Rechentafel zeigen; zunächst eine einfache graphische Auflösungsweise quadratischer Gleichungen:

Eine Gerade  $G$ , welche auf den Koordinatenachsen die Strecken  $A$  und  $B$  abschneidet, hat bekanntlich die Gleichung  $\frac{x}{A} + \frac{y}{B} - 1 = 0$ ;  $G$  mag  $P$  ( $y^2 + x = 0$ ) in zwei Punkten schneiden, bei welchen die Zahlen  $z_1$  und  $z_2$  stehen mögen. Da  $P$  mit Zahlen so „belegt“ wurde, daß zu jedem ihrer Punkte die zugehörige Ordinate (gemessen mit der entsprechenden Einheit) hinzugeschrieben wurde, so sind offenbar  $z_1$  und  $z_2$  die Ordinaten der Schnittpunkte von  $G$  und

$P$ , sie sind also die Wurzeln der quadratischen Gleichung, welche man durch Elimination des  $x$  aus  $G$  und  $P$  erhält, daher die Wurzeln der Gleichung

$$\frac{-y^2}{A} + \frac{y}{B} - 1 = 0$$

oder (anders geschrieben) der Gleichung:

$$y^2 - \frac{A}{B} y + A = 0 \dots\dots\dots (14)$$

Will man umgekehrt die quadratische Gleichung:

$$x^2 + p x + q = 0 \dots\dots\dots (15)$$

aufösen, so kann man demnach so vorgehen: Nachdem man  $P$  und damit die Einheit gewählt, trägt man auf der  $X$ -Achse die Größe  $q$  und auf der  $Y$ -Achse  $\frac{p}{q}$  auf (mit der entsprechenden Einheit); die Verbindungslinie scheidet  $P$  in den Wurzeln von (15).

Diese Methode liefert ein sehr genaues Resultat, wenn man sich einer durchsichtigen Platte bedient, auf deren einer Seite eine gerade Linie scharf verzeichnet ist. Wir gehen jedoch darauf nicht näher ein, sondern wollen noch eine hübsche Eigenschaft unserer Parabeln zeigen\*).

Bekanntlich ist bei jeder quadratischen Gleichung das Produkt der Wurzeln gleich dem letzten Gliede, sobald der Koeffizient von  $x^2$  Eins ist; daher ist bei Gleichung (15):

$z_1 \times z_2 = q$ , d. h.: „Verbindet man irgend zwei Punkte von  $P$  mit den Zahlen  $z_1$  und  $z_2$ , so schneidet diese Verbindungslinie  $G$  die  $X$ -Achse in einem Punkte, bei welchem als Zahl das Produkt  $q = z_1 \times z_2$  steht.“

Man kann also auch zum Multiplizieren und Dividiren unsere Rechentafel vorthellhaft anwenden, insbesondere leicht Quadriren und Quadratwurzelziehen.

Unsere Tafel lässt sich demnach, wie man sieht, sehr vielseitig, einfach und vorthellhaft anwenden.

Wir stellen zum Schlusse noch die entwickelten Regeln zusammen und erläutern sie durch einige Beispiele:

### Regeln zur graphischen Auflösung der Gleichungen.

Allgemeines. Die Auflösung einer Gleichung der ersten vier Grade geschieht hier mittelst einer der drei gezeichneten Parabeln  $P$  und eines jedesmal zu verzeichnenden Kreises  $K$  ( $K_s$ ).

Jeder der drei gezeichneten Parabeln liegt eine andere Einheit zugrunde; der vollgezogenen als Einheit 10 mm, der strichpunktirten 50 mm und der gestrichelten 100 mm. Jede der drei Parabeln kann benützt werden, wenn man sich aber für eine entschieden hat in einem speciellen Falle, so muss man auch die entsprechende Einheit und keine andere in diesem speciellen Falle durchwegs anwenden. Uebrigens ist die Beschreibung auf den Koordinatenachsen schon in entsprechender Weise durchgeführt.

Jedem Punkte einer der drei Parabeln  $P$  entspricht in unserer Tafel eine Zahl  $z$ , und zwar die Maßzahl der zu diesem Punkte gehörigen Ordinate, gemessen mit der entsprechenden Einheit; zu einzelnen Punkten von  $P$  wurden diese Zahlen  $z$  hinzugeschrieben, bei den übrigen kann  $z$  durch Interpoliren gefunden werden.

\*) Siehe des Näheren: A. Adler: „Zur graphischen Auswertung der Funktionen“.



Punkte, die oberhalb der  $X$ -Achse liegen, haben positive  $z$ ; zu allen Punkten unterhalb  $X$  gehören negative  $z$ .

Die Koordinaten des Mittelpunktes  $M$  von  $K$  ( $K_s$ ) bezeichnen wir mit  $m$  und  $n$  ( $m_s$  und  $n_s$ ), den Radius von  $K$  mit  $\rho$  ( $\rho_s$ ).

Die Koordinaten des Mittelpunktes  $M$  von  $K$  und sein Radius müssen der Einheit gemäß aufgetragen werden, welche der gewählten Parabel  $P$  zugrunde liegt.

Die Koordinaten des Mittelpunktes  $M$  dürfen auch nicht zu groß sein, wenn  $M$  sich noch auf der Zeichenfläche ergeben soll; die Grenzen für die Koordinaten  $m$  und  $n$  ersieht man aus unserer Tafel, diese Grenzen muss man sich einprägen.

Alle Rechnungen führe man auf drei, höchstens vier geltende Ziffern aus; ist aus einer Zahl die Quadratwurzel zu ziehen, so braucht die Zahl unter dem Wurzelzeichen auch auf höchstens drei geltende Ziffern bekannt zu sein.

Die Wurzeln jeder vorgelegten Gleichung ergeben sich aus den Zahlen  $z$ , welche bei den Schnittpunkten von  $K$  ( $K_s$ ) und  $P$  stehen.

Die gesuchten Wurzeln einer Gleichung bezeichnen wir immer mit  $x$ .

Auflösung der Gleichungen vierten Grades.

Zur Auflösung von

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \dots (1)$$

geht man so vor:

Man berechnet zunächst

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{b-1}{2} - \frac{3a^2}{16} \\ n &= \frac{a}{4} \left( b - \frac{a^2}{4} \right) - \frac{c}{2} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

wobei die Koeffizienten von (1) sowohl ihrem Werthe als auch Vorzeichen nach genommen werden müssen.

Es können nun drei Fälle eintreten:

I.  $m$  und  $n$  seien so beschaffen, daß man nach Obigem eine der gezeichneten Parabeln direkt anwenden kann.

Dann erst rechnet man:

$$\rho = \sqrt{\left(m + \frac{a^2}{16}\right)^2 + \left(n - \frac{a}{4}\right)^2} - d \dots (3)$$

verzeichne nun aus  $m$ ,  $n$  und  $\rho$  den Kreis  $K$ , welcher die gewählte Parabel in Punkten mit den Zahlen  $z$  schneidet.

Die gesuchte Wurzel  $x$  ist in diesem Falle

$$x = z - \frac{a}{4} \dots (4)$$

II.  $m$  und  $n$  seien zu groß, um irgend eine der gezeichneten Parabeln ohne weiteres anwenden zu können.

Dann berechne man entweder:

$$\alpha) \left\{ \begin{aligned} m_5 &= \frac{4m}{100} - 0.48 \\ n_5 &= \frac{8n}{1000} \\ \rho_5 &= \sqrt{\left(m_5 + \frac{a^2}{400}\right)^2 + \left(n_5 - \frac{a}{20}\right)^2} - \frac{16d}{10000} \end{aligned} \right.$$

$$\text{oder } \beta) \left\{ \begin{aligned} m_{10} &= \frac{m}{100} - 0.495 \\ n_{10} &= \frac{n}{1000} \\ \rho_{10} &= \sqrt{\left(m_{10} + \frac{a^2}{1600}\right)^2 + \left(n_{10} - \frac{a}{40}\right)^2} - \frac{d}{10000} \end{aligned} \right.$$

$$\text{oder endlich } \gamma) \left\{ \begin{aligned} m_{25} &= \frac{16m}{100^2} - 0.5 \\ n_{25} &= \frac{64n}{100^3} \\ \rho_{25} &= \sqrt{\left(m_{25} + \frac{a^2}{100^2}\right)^2 + \left(n_{25} - \frac{a}{100}\right)^2} - \frac{256d}{100^4} \end{aligned} \right.$$

Dabei rechne man nur denjenigen der drei Fälle  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  aus, für welchen  $m_s$ , oder  $n_s$ , schon so klein sind, daß man irgend eine der verzeichneten Parabeln benutzen kann. Hat man sich für einen der drei Fälle entschieden (welche Entscheidung ja ohne jede Rechnung getroffen werden kann), und hat man demgemäß  $m_s$ ,  $n_s$  und  $\rho_s$  gerechnet, so wähle man eine der Parabeln  $P$ , konstruiere  $K_s$  aus  $m_s$ ,  $n_s$  und  $\rho_s$  und erhält dadurch bei den Schnittpunkten von  $K_s$  und  $P$  gewisse Zahlen  $z$ .

Die gesuchten Wurzeln von (1) sind nun:

$$x = s \cdot z - \frac{a}{4} \dots (5)$$

wobei für  $s$  der entsprechende Werth 5, 10 oder 25 genommen werden muss.

III.  $m$  und  $n$  seien zu klein.

Dann rechne man entweder

$$a) \left\{ \begin{aligned} m_{\frac{1}{5}} &= \frac{100m}{4} + 12 \\ n_{\frac{1}{5}} &= \frac{1000n}{8} \\ \rho_{\frac{1}{5}} &= \sqrt{\left(m_{\frac{1}{5}} + \frac{100a^2}{64}\right)^2 + \left(n_{\frac{1}{5}} - \frac{100a}{16}\right)^2} - \frac{10000d}{8} \end{aligned} \right.$$

$$\text{oder } b) \left\{ \begin{aligned} m_{100} &= 100m + 49.5 \\ n_{100} &= 1000n \\ \rho_{100} &= \sqrt{\left(m_{100} + \frac{100a^2}{16}\right)^2 + \left(n_{100} - \frac{100a}{4}\right)^2} - 10000d \end{aligned} \right.$$

Man wird auch hier ohneweiters erkennen, welchen der beiden Fälle man nehmen soll, rechnet nur diesen, wählt wieder eine Parabel  $P$ , bringt sie mit  $K_s$  (aus den berechneten  $m_s$ ,  $n_s$ ,  $\rho_s$  bestimmt) zum Schnitte in Punkten mit den Zahlen  $z$ .

Die gesuchten Wurzeln  $x$  sind

$$x = s \cdot z - \frac{a}{4} \dots (6)$$

wobei für  $s$  die Zahlen  $\frac{1}{5}$  oder  $100$  zu nehmen sind, je nachdem man den Fall  $a)$  oder  $b)$  wählt.

Auflösung der allgemeinen Gleichung dritten Grades.

Setzt man in (1)  $d=0$  und kürzt durch  $x$  ab, so erhält man die allgemeine Gleichung dritten Grades:

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \dots (7)$$

Die Auflösung von (7) geschieht ganz nach (B), nur der Radius des auflösenden Kreises wird hier nicht gerechnet, sondern durch Zeichnung gefunden, und zwar gilt diesbezüglich Folgendes:

„Zur Auflösung von (7), gemäß B, muss man entweder einen Kreis  $K$  oder  $K_s$  anwenden, wobei  $s=5, 10, 25, \frac{1}{5}$  oder  $100$  sein kann.

1. Benutzt man  $K$ , so geht  $K$  durch den Punkt von  $P$ , bei welchem die Zahl  $\frac{1}{4}a$  steht. Da wir jetzt außer dem berechneten Mittelpunkt von  $K$  noch einen Punkt des Umfanges kennen, so lässt sich  $K$  verzeichnen, ohne daß man  $\rho$  nach Obigem berechnet.

2. Benutzt man jedoch  $K_s$ , so geht  $K_s$  durch den Punkt  $P$ , bei welchem die Zahl  $\frac{1}{s} \cdot \frac{a}{4}$  steht, wobei für  $s$  die entsprechende Zahl einzusetzen ist.“

Aus den drei übrigen Schnittpunkten von  $P$  und  $K$  ( $K_s$ ) ergeben sich nach (B) die Wurzeln von (7).

#### D. Auflösung der Gleichung:

$$x^3 + bx + c = 0 \dots\dots\dots (8)$$

Hier ist  $a = 0$  und  $d = 0$ ; der auflösende Kreis geht durch den Ursprung des Koordinatensystems; sonst geschieht die Auflösung ganz nach (B) und (C).

#### Auflösung der quadratischen Gleichung:

$$x^2 + ax + b = 0 \dots\dots\dots (9)$$

Hier ist  $c = 0$ ,  $d = 0$ . Die Auflösung geschieht ganz nach (B) und (C); der Radius des auflösenden Kreises wird wieder nicht berechnet, sondern nach (C) gefunden;  $K$  selbst berührt die Parabel  $P$  in einem Punkte, aus den beiden übrigen Schnittpunkten ergeben sich die Wurzeln von (9) nach B und C.

Wir geben noch zur Erläuterung einige nicht ausgesuchte Zahlenbeispiele; wir bitten den freundlichen Leser diese Beispiele mit der beigelegten Tafel und einem Stechzirkel versehen, gütigst verfolgen zu wollen:

1.  $x^3 + 48x + 504 = 0$   
sei aufzulösen (D unserer Regel).

Hier ist

$$a = 0, \quad b = 48, \quad c = 504, \quad d = 0.$$

Man rechne zunächst nach (B):

$$m = \frac{48-1}{2} = 23.5, \quad n = -\frac{504}{2} = -252$$

und findet  $m$  und  $n$  zu groß, um irgend eine der verzeichneten Parabeln benützen zu können; es tritt also hier (B, II) in seine Rechte. Auf den ersten Blick erkennt man nun, daß  $m_5$  und  $n_5$  schon genügend klein sind; man rechnet sie deshalb nach (B II,  $\alpha$ ) und findet:

$$m_5 = \frac{4 \cdot 23.5}{100} - 0.48 = 0.46 \quad n_5 = \frac{8(-252)}{1000} = -2.016.$$

$\rho_5$  rechnen wir nicht, da ja nach D unser Kreis  $K_5$  durch den Ursprung gehen muss.

Wir müssen nun eine Parabel wählen, und zwar könnten wir, wie ein Blick auf die Tafel lehrt, sowohl die vollgezogene, als auch strichpunktirte nehmen; wir nehmen vortheilhafter die strichpunktirte; die Einheit ist dann 50 mm; mit derselben suchen wir den Mittelpunkt  $M$  von  $K_5$  auf aus  $m_5$  und  $n_5$ , wobei natürlich auch die Vorzeichen berücksichtigt werden müssen; die römischen Ziffern auf den Koordinatenachsen erleichtern das Aufsuchen von  $M$  sehr. Nun setzen wir mit dem Stechzirkel in  $M$  ein, spannen bis zum Ursprung (möglichst sorgfältig) und suchen die Schnittpunkte von  $K_5$  und der gewählten strichpunktirten Parabel.  $K_5$  schneidet  $P$ , außer im Ursprunge nur in einem Punkte, bei welchem die Zahl  $z = -0.120$  steht; die gesuchte Wurzel ist also hier (B II).

$$x = 5z - \frac{a}{4} = -0.600 \text{ (genau } 0.6)$$

2.  $3x^3 + 4x + 7 = 0$  sei aufzulösen (D).

$$\text{Hier ist } a = 0, \quad b = \frac{4}{3}, \quad c = \frac{7}{3}, \quad d = 0.$$

Rechne nach (B):  $m = 0.167$ ,  $n = -1.167$ , also (B), Fall I. Als Parabel  $P$  wähle wieder die strichpunktirte, suche  $M$  aus  $m$  und  $n$ ,  $K$  geht durch Ursprung und schneidet  $P$  nur noch in  $z = +0.500$ ,

$$\text{also (B I)} \quad x = z - \frac{a}{4} = 0.500 \text{ (genau } 0.5).$$

3.  $x^3 + 3x - 5 = 0$  sei aufzulösen (D).

$$\text{Hier ist } a = 0, \quad b = 3, \quad c = -5, \quad d = 0.$$

Nach B:  $m = 1$ ,  $n = 2.5$ , also B, I; wähle vollgezogene Parabel, findet  $z = 1.15$ , also  $x = 1.15$  (genauer  $x = 1.15417$ ).

4.  $x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$  sei aufzulösen (C).

$$\text{Hier ist } a = 2, \quad b = 3, \quad c = 4, \quad d = 0.$$

Nach B:  $m = 0.25$ ,  $n = -1$ , also B, I; wähle strichpunktirte Parabel, suche  $M$  von  $K$  aus  $m$  und  $n$  und nach C, I den Punkt von  $P$  mit der Zahl  $\frac{a}{4} = +0.50$ , durch diesen Punkt muss  $K$  gehen; in dem weiteren Schnittpunkte von  $K$  und  $P$  steht die Zahl  $z = -1.15$ ; die gesuchte Wurzel ist also nach (B, I):

$$x = z - \frac{a}{4} = -1.65 \text{ (genauer: } -1.6506 \dots).$$

5.  $x^4 - 10x^3 + 33x^2 - 46x + 20 = 0$  sei aufzulösen (B).

$$\text{Hier ist } a = -10, \quad b = 33, \quad c = -46, \quad d = 20.$$

Nach B:  $m = -2.75$ ,  $n = +3$ , also B, I; rechne jetzt  $\rho = 4.74$ ; vollgezogene Parabel  $P$  gewählt;  $K$  aus  $m$ ,  $n$  und  $\rho$  verzeichnet, schneidet  $P$  in zwei Punkten, bei welchen die Zahlen  $z_1 = +2.64$  und  $z_2 = -1.72$  stehen; daher sind die gesuchten reellen Wurzeln der Gleichung nach (B, I):

$$x_1 = z_1 - \frac{a}{4} = +2.64 + \frac{10}{4} = +5.24 \quad \cdot$$

(genauer:  $+5.236 \dots$ )

$$x_2 = z_2 - \frac{a}{4} = -1.72 + \frac{10}{4} = +0.76$$

(genauer:  $+0.764 \dots$ )

Man sieht also aus diesen Beispielen, daß es bequem ist, nach unserer Methode zu operiren, daß die Wurzeln im Allgemeinen auf drei Ziffern genau erhalten werden, wodurch wohl das Maximum der Genauigkeit einer graphischen Methode erreicht ist. Nur in den übrigens selten vorkommenden Fällen, wo zwei oder mehrere Wurzeln der aufzulösenden Gleichung einander nahe zu liegen kommen, ist die Genauigkeit unserer Methode geringer; dies ist aber bei jeder graphischen oder mechanischen Methode der Fall. Kleine gleichmäßige Größenänderungen unserer Tafel beeinträchtigen deren Anwendbarkeit gar nicht; natürlich wird man aber aufzutragende Strecken immer nur von der Tafel selbst abnehmen.

Hat man einmal Näherungswerte der Wurzeln gefunden, so kann man leicht nach einem der bekannten Rechenverfahren noch genauere Werthe für die Wurzeln finden; dabei etwa vorkommende Gleichungen löst man wieder nach unserer Methode.

# Bestimmung der Hauptkurbelstellungen bei Berücksichtigung der Excenterstangenlänge.

Von Prof. Victor Thallmayer in Ungarisch-Altenburg.

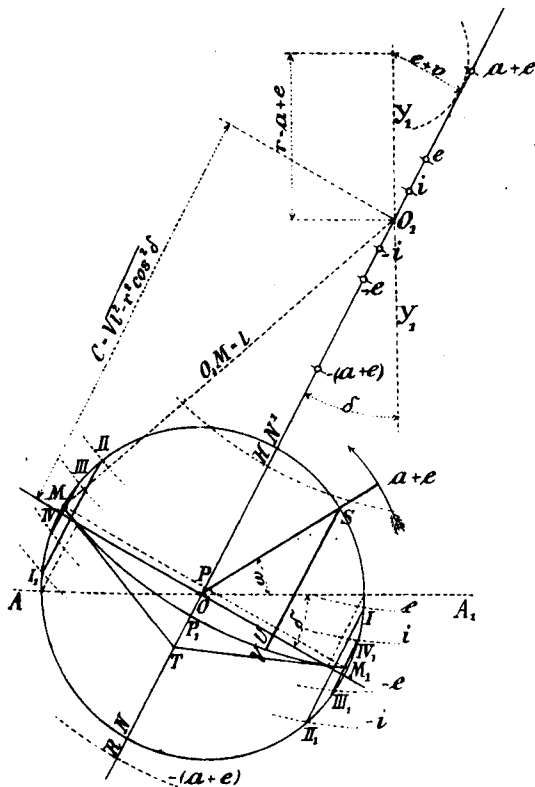
Will man den Einfluss zur Anschauung bringen, welchen unter Voraussetzung eines gewöhnlichen, auf gleiches Voreilen justirten Schiebers verhältnismäßig kurze Excenterstangen und auch kleine Deckungen auf den Betrag der größten Kanal-Eröffnungen, bezw. auf die Hauptkurbelstellungen nehmen, so wird wegen des Beschreibens von Bögen mit der Länge  $l$  der Excenterstange zumeist auch schon die Verwendung eines Stangenzirkels nothwendig.

Unter Voraussetzung der Verwendung eines Stangenzirkels besteht das einfachste Verfahren darin, daß man, wie in Fig. 1, zu beiden Seiten eines Punktes  $O_1$ , der auf einer, mit der Vertikalen  $O_1 Y_1$  den Voreilungswinkel  $\delta$  einschließenden \*) Geraden gelegen ist, und vom Mittelpunkte  $O$  des mit der Excentrizität  $r$  als Radius beschriebenen Excentrizitätskreises um die Distanz

$$O O_1 = \sqrt{l^2 - r^2 \cos^2 \delta} = C$$

absteht, die äußeren und inneren Deckungen  $\pm e$  und  $\pm i$  aufträgt, und aus deren Endpunkten als Mittelpunkten, mit der Länge  $l$  der Excenterstange

Fig. 1.



als Radius, den Excentrizitätskreis schneidende Bögen beschreibt. Die Punkte  $I, II, III, IV$  und  $I_1, II_1, III_1, IV_1$ , wo diese Bögen den Excentrizitätskreis schneiden, geben dann, verbunden mit seinem Mittelpunkte  $O$ , die Kurbelstellungen für Beginn des Eintrittes, der Expansion, der Kompression und den Beginn des Austrittes beim Hin- und Rückgange des Kolbens.

Der aus dem Punkte  $O_1$  ebenfalls mit  $l$  als Radius beschriebene Bogen schneidet den Excentrizitätskreis in den beiden Punkten  $M$  und  $M_1$ , welche, mit dem Mittelpunkte  $O$  verbunden, die Kurbelstellungen für die Mittellage des Schiebers geben.

\*) Die Verzeichnung des Voreilungswinkels  $\delta$  geschieht am einfachsten dadurch, daß man von dem einen Endpunkte einer, die Excentrizität  $r$  zur Länge habenden Linie, einen Bogen mit dem Halbmesser  $e + i$  (äußere Deckung + lineares Voreilen) beschreibt, und durch den anderen Endpunkt tangential an diesen Bogen eine Linie zieht.

Von  $O_1$  auf  $O O_1$  zu beiden Seiten die Maße  $\pm (a + e)$  ( $a$  = Kanalweite) aufgetragen, und von deren Endpunkten mit  $l$  als Radius Bögen beschrieben, bekommen wir unter der Voraussetzung, daß die Excentrizität dem minimalen Werthe  $a + e$  gleichkommt, die Stücke  $H N_1$  und  $R N$  als jenen Betrag, um welchen beim Hingange des Kolbens der Eintrittskanal verengt wird, und um welchen beim Rückgange des Kolbens die äußere Schieberkante noch über die innere Kante des Eintrittskanals zurückgeht.

Sollte man mit Berücksichtigung der endlichen Länge der Schieberstange bei Bestimmung der Hauptkurbelstellungen etc. auch mit gewöhnlichen Zirkeln sein Auskommen finden müssen, so können in einem solchen Falle die im Nachfolgenden angegebenen Verfahren benützt werden.

Wie aus der Verzeichnungsweise der Bögen  $\pm e$  und  $\pm i$  erhellt, müssen in Fig. 1 die Abstände der Punkte  $I, II, I_1, II_1$  und  $III, IV, III_1, IV_1$ , wenn selbe vom Bogen  $M p_1 M_1$  hinweg nach der Richtung  $O O_1$  gemessen werden, bezw. den äußeren und inneren Deckungen gleich sein.

Da auf die kurze, bei Vorhandensein einer gewissen linearen Voreilung  $v$  nicht einmal ganz an den Werth  $r$  sin. vers.  $\delta$  heranreichende Strecke zwischen  $M$  und der durch  $II$  zu  $O O_1$  parallel gezogenen Linie, ohne einen merklichen Fehler zu begehen, der Bogen  $M p_1$  als mit seiner Tangente  $MT$  zusammenfallend betrachtet werden kann, so können wir uns die Punkte  $I, II, III, IV$  und  $I_1, II_1, III_1, IV_1$  auch so erhalten vorstellen, als wären die äußeren und inneren Deckungen  $\pm e$  und  $\pm i$  anstatt am Kreisbogen  $M p_1 M_1$ , von dessen Tangenten  $MT$  und  $M_1 T$  hinweg aufgetragen worden.

Um nun die Bestimmung der Punkte  $I, II, III, IV$  etc. dem angedeuteten Sinne nach vornehmen zu können, muss zunächst die Lage und Richtung der Tangente  $MT$  verzeichnet werden.

Dies nun kann mit Inbetrachtung dessen, daß der Abstand  $Op$  der Sehne  $MM_1$  von  $O$ ,  $Op = \frac{r^2 \sin^2 \delta}{2C}$  und  $\sin \alpha = \frac{Mp}{l}$  ist, leicht geschehen.

In Fig. 1 stellen die in die Richtung  $O O_1$ , zwischen der Peripherie des Excentrizitätskreises und dem Bogen  $MM_1$  fallenden Strecken die Schieberwege dar; so z. B. ist, wenn  $\sqrt{l^2 - r^2 \cos^2 \delta} = C$  gesetzt wird, der zum Winkel  $(\delta + w)$  gehörige Schieberweg

$$\xi = r \sin(w + \delta) + \sqrt{l^2 - r^2 \cos^2(w + \delta)} - C = S V,$$

und  $V U$  = dem Fehlergliede. Hieraus ergibt sich für den Winkel  $(\delta + w)$ , welcher, einem gewissen Schieberweg  $\xi$  zukommt, der Ausdruck:

$$\sin(\delta + w) = \frac{2C\xi + r^2 \sin^2 \delta + \xi^2}{2r(C + \xi)}.$$

\*) Dem Ausdrucke  $\sin(w + \delta)$  kann durch Transformirung auch die Form:

$$\sin(w + \delta) = \frac{\xi}{r} + \frac{r^2 \sin^2 \delta - \xi^2}{2r(C + \xi)}$$

gegeben werden.

Eine unendlich lange Excenterstange vorausgesetzt, ist:

$$\sin(w + \delta) = \frac{\xi}{r}.$$

Da, um die Kurbelstellungen für Beginn der Expansion und des Eintrittes zu bekommen,  $\xi = \pm e$  in den Ausdruck für  $\sin(w + \delta)$  eingesetzt werden muss, so ist, da  $e$ , wegen des gewöhnlich geringen Betrages des linearen Voreilens nur wenig kleiner als  $r \sin \delta$  ist, aus obigem Ausdruck deutlich zu ersehen, wie geringfügig der Einfluss der endlichen

Für die Kurbelstellung  $OM$  ist  $\xi = 0$ , demnach

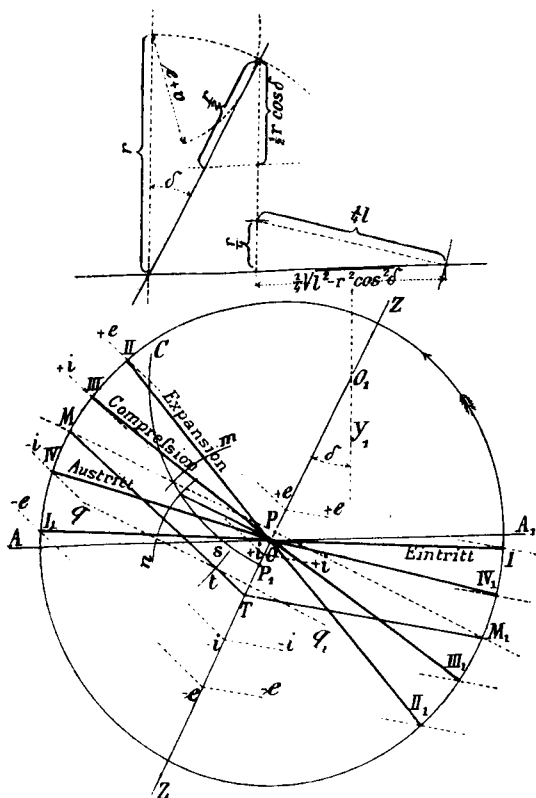
$$\sin(\delta + w) = \frac{r^2 \sin^2 \delta}{2rC}$$

und demnach:

$$Op = r \sin(w + \delta) = \frac{r^2 \sin^2 \delta}{2C}$$

Man beschreibt nämlich von einem Punkte  $p_1$  (Fig. 2), welcher auf einer zu der Vertikalen  $O_1 Y_1$  unter dem Voreilungswinkel  $\delta$  gelegenen Linie  $OZ$  liegt, mit den aliquoten Theilen  $\frac{r}{n}$  und  $\frac{r \cos \delta}{n}$  der Längen  $r$  und  $r \cos \delta$ , die Bögen  $m$  und  $n$  (in Fig. 2 ist  $n = 2$  angenommen), und schneidet selbe mit einem, die Länge  $\frac{1}{n^2} \sqrt{l^2 - r^2 \cos^2 \delta} = \frac{1}{n^2} C$  zum Halbmesser habenden, durch den Punkt  $p_1$  hindurchgehenden und seinen Mittelpunkt  $O_1$  auf der Linie  $OZ$  habenden Kreisbogen  $p_1 C$ . Von den so erhaltenen Schnittpunkten Senkrechte auf  $ZZ$  gefällt, sind, wenn wir den Fusspunkt  $O$  der

Fig. 2.



einen als Mittelpunkt des Excentricitätskreises hinnehmen, und selben beschreiben, seine Schnittpunkte  $MM_1$  mit der anderen Senkrechten die, auf der Peripherie des Excentricitätskreises gelegenen Ausgangspunkte der Tangenten  $MT$  und  $M_1 T$ .

Es ist nämlich in Fig. 2:

$$\left(\frac{r}{n}\right)^2 = p p_1 \cdot \frac{2C}{n^2} \text{ und } \left(\frac{r \cos \delta}{n}\right)^2 = p_1 O \cdot \frac{2C}{n^2}$$

daher

$$p p_1 = \frac{r^2}{n^2} \cdot \frac{n^2}{2C} \text{ und } p_1 O = \frac{r^2 \cos^2 \delta}{n^2} \cdot \frac{n^2}{2C}$$

mithin

$$Op = p p_1 - O p_1 = \frac{r^2 - r^2 \cos^2 \delta}{2C} = \frac{r^2 \sin^2 \delta}{2C}$$

Länge der Excenterstange unter gewöhnlichen Verhältnissen auf die Kurbelstellungen bei Beginn des Eintrittes und der Expansion ist. Ein Gleiches gilt auch bezüglich der Kolbenstellungen bei Beginn der Kompression und des Austrittes, so lange die innere Deckung  $i$  nicht zu klein ist.

Behufs Verzeichnung der Richtung der durch die Punkte  $MM_1$  gehenden Tangenten kann man, wie leicht einzusehen, einen aliquoten Theil  $\frac{pM}{m}$  (in Fig. 2 ist  $m = 4$  angenommen) der Länge  $pM$ , von  $O$  aus auf der Linie  $OZ$  abtragen, und in dieser Entfernung zu  $MM_1$  die Parallele  $qq_1$  ziehen. Schneidet man diese Parallele mit einem Bogen, dessen Radius  $= \frac{l}{m}$  und dessen Mittelpunkt  $M$  ist, so gibt der Schnittpunkt  $t$ , verbunden mit  $M$ , die Richtung der Tangente  $MT$ , und es ist hiedurch auch die Richtung der anderen Tangente  $M_1 T$  bestimmt. (Es ist nämlich dann  $\angle T M p = \angle M O_1 p$ , wie ein Blick auf Fig. 1 zeigt.)

Vom Punkte  $T$  aus auf  $ZZ$  die Deckungen  $\pm e$  und  $\pm i$  aufgetragen, und den Excentricitätskreis mit, durch die Endpunkte der Deckungen, parallel zu  $MT$  und  $M_1 T$  geführten Linien geschnitten, ergeben sich die Punkte  $I, II, III, IV$  und  $I_1, II_1, III_1, IV_1$ , welche, verbunden mit  $O$ , die Hauptkurbelstellungen anzeigen.

Der, die Gleichheit der größten Eröffnungen der Kanäle störende Betrag ist, wie leicht gefunden werden kann, gleich dem auf  $ZZ$  befindlichen Stücke zwischen  $O$  und dem Halbierungspunkte der Strecke  $pT$ .

Die vier Hauptkurbelstellungen lassen sich übrigens auch auf Grundlage der rechnerischen Werthe jener Winkel  $(w + \delta)$  bestimmen, welche selbe mit einer Linie einschließen, die in dem Drehungssinne der Kurbel entgegengesetzter Richtung um den Voreilungswinkel  $\delta$  von ihrer todten Lage absteht.

Aus der allgemeinen Gleichung für den Schieberweg:  $\xi = r \sin(w + \delta) + \sqrt{l^2 - r^2 \cos^2(w + \delta)} - \sqrt{l^2 - r^2 \cos^2 \delta}$  findet sich zur Bestimmung der dem positiven Schieberwege  $\xi$  zugehörigen Kurbelstellung, wenn der konstante Werth  $\sqrt{l^2 - r^2 \cos^2 \delta} = C$  gesetzt wird, der Ausdruck:

$$r \sin(w + \delta) = \frac{2C\xi + r^2 \sin^2 \delta + \xi^2}{2(C + \xi)};$$

und, wenn  $r^2 \sin^2 \delta + \xi^2 = B^2$  gesetzt wird:

$$r \sin(w + \delta) = \frac{2C\xi + B^2}{2(C + \xi)} = \frac{C \cdot 2\xi}{2(C + \xi)} + \frac{B^2}{2(C + \xi)}.$$

Setzt man:

$$\frac{C \cdot 2\xi}{2(C + \xi)} = \alpha \text{ und } \frac{B^2}{2(C + \xi)} = \beta;$$

so wird . . . .  $r \sin(w + \delta) = \alpha + \beta$ .

Für ein negatives  $\xi$  bekommen wir:

$$r \sin(w + \delta) = -\frac{C \cdot 2\xi}{2(C - \xi)} + \frac{B^2}{2(C - \xi)}$$

und das erste Glied  $= \alpha_1$ , das zweite  $= \beta_1$  gesetzt:

$$r \sin(w + \delta) = -\alpha_1 + \beta_1.$$

Die Werthe  $\alpha, \alpha_1$  und  $\beta, \beta_1$  lassen sich nach bekannten Regeln der Geometrie leicht verzeichnen. Um die zu ihrer Verzeichnung zu beschreibenden Bögen mit kleinen Radien ziehen zu können, kann wieder

$$\beta = \frac{\left(\frac{B}{n}\right)^2}{2(C + \xi)} \text{ und } \alpha = \frac{\frac{C \cdot 2\xi}{n^2}}{2(C + \xi)}$$

angenommen werden. Nehmen wir nun, wie in Fig. 3,  $n = 2$  an, so wird für ein positives  $\xi$ :

$$\beta = \frac{\left(\frac{B}{2}\right)^2}{\frac{C+\xi}{2}} \text{ und } \alpha = \frac{\frac{C}{2} \cdot \xi}{\frac{C+\xi}{2}}$$

demnach  $\left(\frac{B}{2}\right)^2 = \beta \cdot \frac{C+\xi}{2}$  und wenn  $\frac{C}{2} \cdot \xi = D^2$  gesetzt wird,  $D^2 = \alpha \cdot \frac{C+\xi}{2}$ , welche Ausdrücke ohne Weiteres zur Bestimmung von  $\alpha$  und  $\beta$  mit Zirkel und Lineal benutzt werden können. In ganz gleicher Weise kann bezüglich eines negativen  $\xi$  vorgegangen werden.

Für den Beginn des Eintrittes sowohl als auch der Expansion wird  $\xi = \pm e$ . Wir beschreiben daher wie in Fig. 3 mit den Radien  $\frac{C+e}{4}$  und  $\frac{C-e}{4}$  die gleichnamigen Bögen derartig, daß selbe sich in dem Mittelpunkte  $O$  des Excentrizitätskreises berühren und ihren Mittelpunkt auf der Linie  $Y_1 Y_1$  haben, welche von der durch den Punkt  $O$  gelegt gedachten Vertikalen um den Voreilungswinkel  $\delta$  absteht. Nun beschreiben wir mit der Länge  $\sqrt{e \cdot \frac{C}{2}} = D$  als Radius vom Mittelpunkte  $O$  aus den gleichnamigen Bogen, welcher die vorgenannten Bögen in den Punkten  $m m$  schneidet. Fällt man von diesen Punkten Senkrechte auf  $y_1 y_1$ , so entsprechen die Stücke  $O m_1$  und  $O m_{11}$  von  $O$  bis zu den Fusspunkten den Werthen  $\alpha$  und  $\alpha_1$ .

Es ist nämlich, den Werth  $\xi = e$  oder den Kreis mit dem Radius  $\frac{C+e}{4}$  betreffend.

$$O m_1 \cdot \frac{C+e}{2} = e \cdot \frac{C}{2} = D^2,$$

den Werth  $\xi = -e$  oder den Kreis mit dem Radius  $\frac{C-e}{4}$  betreffend:

$$O m_{11} \cdot \frac{C-e}{2} = e \cdot \frac{C}{2} = D^2.$$

Nun beschreibe man abermals mit den Radien  $\frac{C+e}{4}$  und  $\frac{C-e}{4}$  von den Fusspunkten  $m, m_{11}$  ausgehende und ihre Mittelpunkte auf der Linie  $Y_1 Y_1$  habende Bögen, wie in Fig. 3, und schneide selbe, die Fußpunkte  $m, m_{11}$  als Mittelpunkte benützend, mit Bögen vom Radius

$$\frac{1}{2} \sqrt{r^2 \sin^2 \delta + e^2} = \frac{B}{2}.$$

Von den so erhaltenen Schnittpunkten  $p p$  Senkrechte auf  $Y_1 Y_1$  gefällt, ergeben sich die Fusspunkte  $p_1$  und  $p_{11}$  und mit den Stücken  $m_1 p_1$  und  $m_{11} p_{11}$  die Werthe  $\beta$  und  $\beta_1$ .

Es ist nämlich:

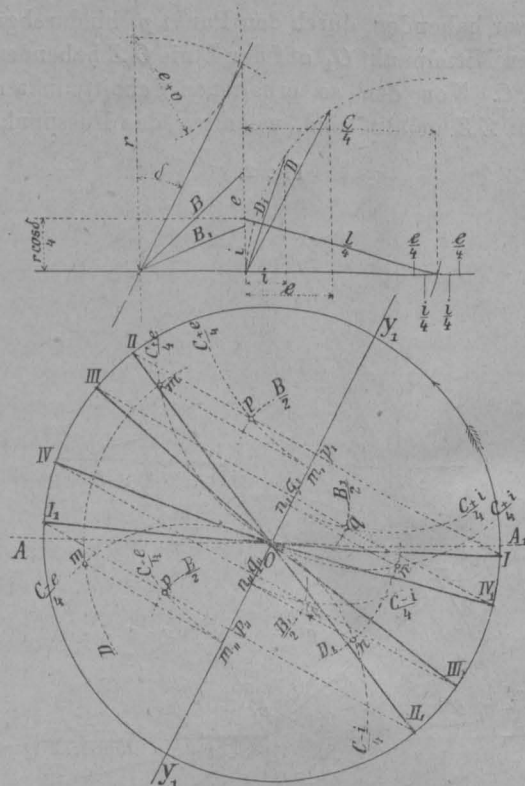
$$\left(\frac{B}{2}\right)^2 = m_1 p_1 \cdot \frac{C+e}{2}$$

und

$$\left(\frac{B}{2}\right)^2 = m_{11} p_{11} \cdot \frac{C-e}{2}.$$

Da nun  $O p_1 = O m_1 + m_1 p_1 = \alpha + \beta$ , so geben die Punkte  $I$  und  $II$ , in welchen die durch  $p_1$  auf  $Y_1 Y_1$  senkrecht gezogene Sehne den Excentrizitätskreis schneidet, mit  $O$  verbunden die Kurbelstellungen für Beginn des Eintrittes, resp. der Expansion, beim Hingange des Kolbens. Da ferner  $O p_{11} = O m_{11} - m_{11} p_{11} = -\alpha + \beta$  ist, so geben die Punkte  $I_1 II_{11}$ , in welchen die durch Punkt  $p_{11}$  auf  $y_1 y_1$  senkrecht geführte Sehne den Excentrizitätskreis schneidet, mit  $O$  verbunden, die Kurbelstellungen für Eintritts- und Expansionsbeginn beim Rückgange des Kolbens.

Fig. 3.



Behufs Bestimmung der Kurbelstellungen für Beginn der Kompression und des Austrittes beim Hin- und Rückgange des Kolbens verfährt man, wie rechts von  $Y_1 Y_1$  in Fig. 3 zu sehen, genau in derselben Weise, hiebei als Radien der zu beschreibenden Bögen die Werthe  $\frac{C+i}{4}$ ,  $\frac{C-i}{4}$ , ferner  $\sqrt{i \cdot \frac{C}{2}} = D_1$  und  $\frac{1}{2} \sqrt{r^2 \sin^2 \delta + i^2} = \frac{B_1}{2}$  benützend, die sich gerade so wie die vorherigen, leicht mit Zirkel und Lineal verzeichnen lassen.



Fig. 1-4. Stündlich verbrannte Kohle

Fig. 5-8. Stündlich verdampftes Wasser.

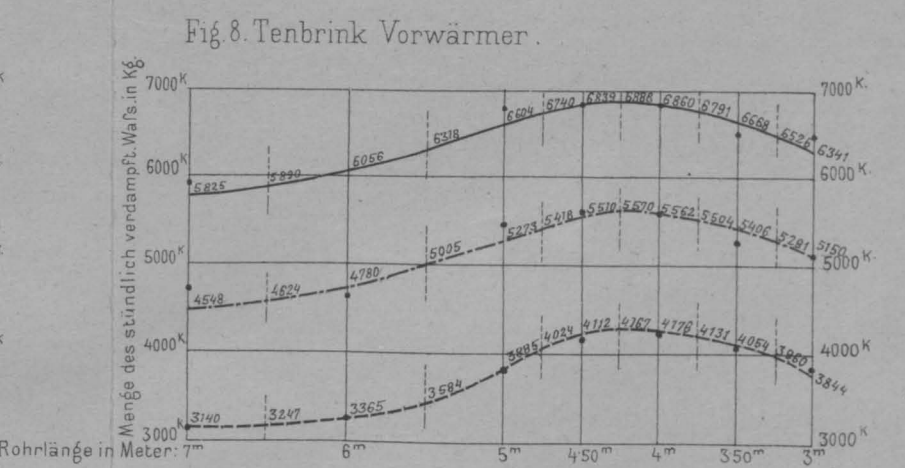
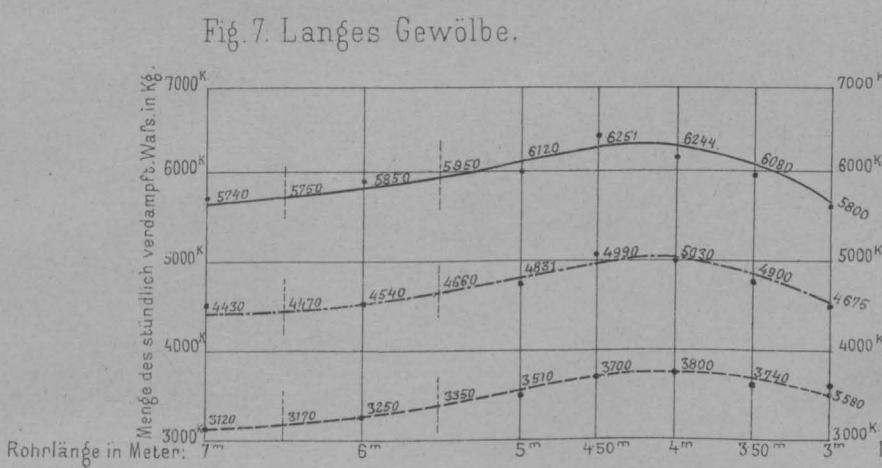
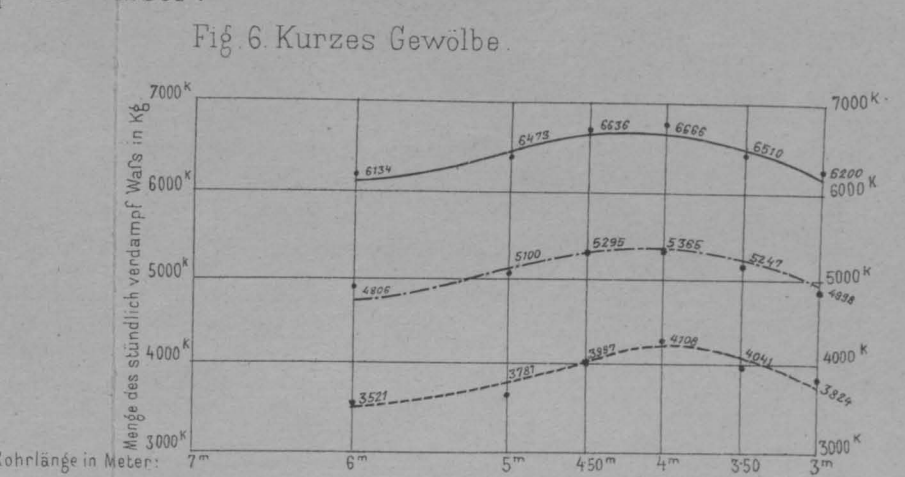
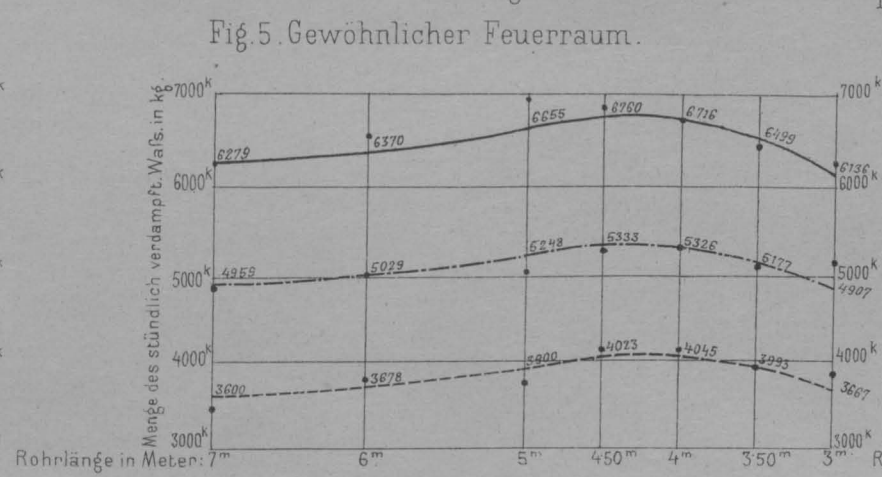
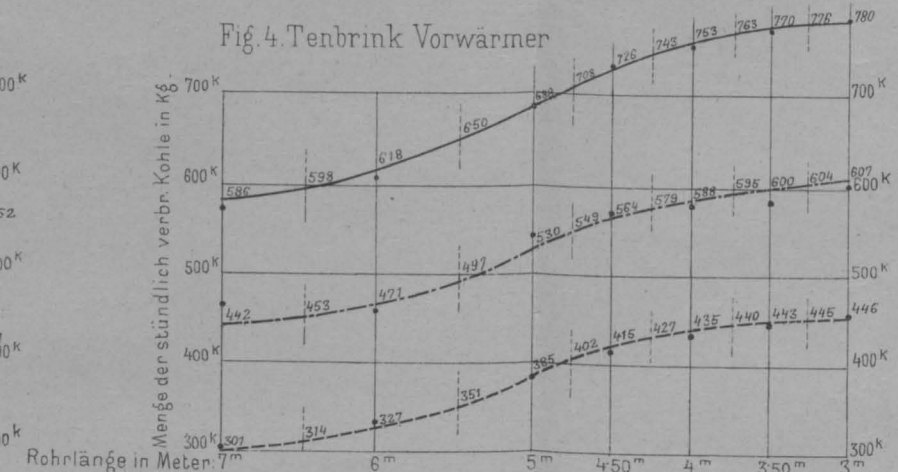
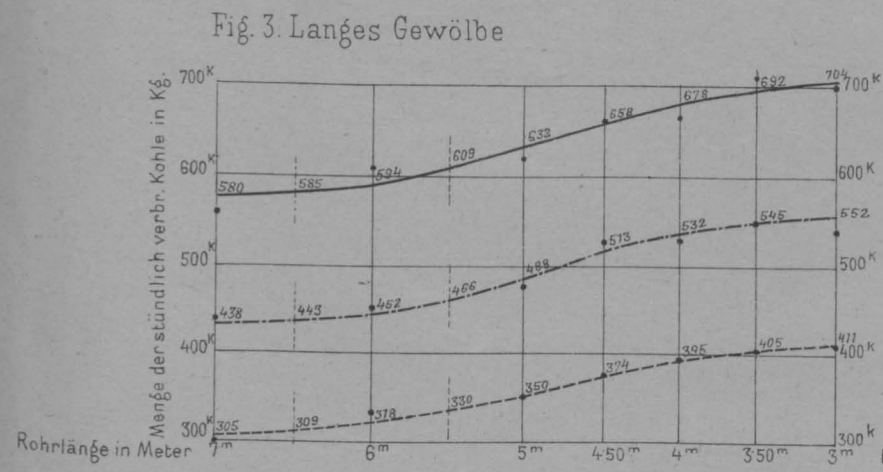
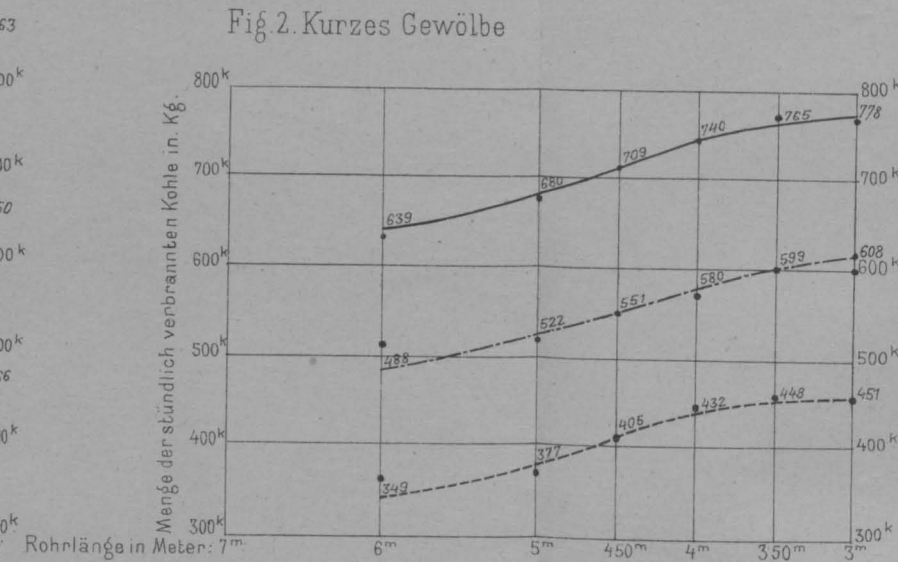
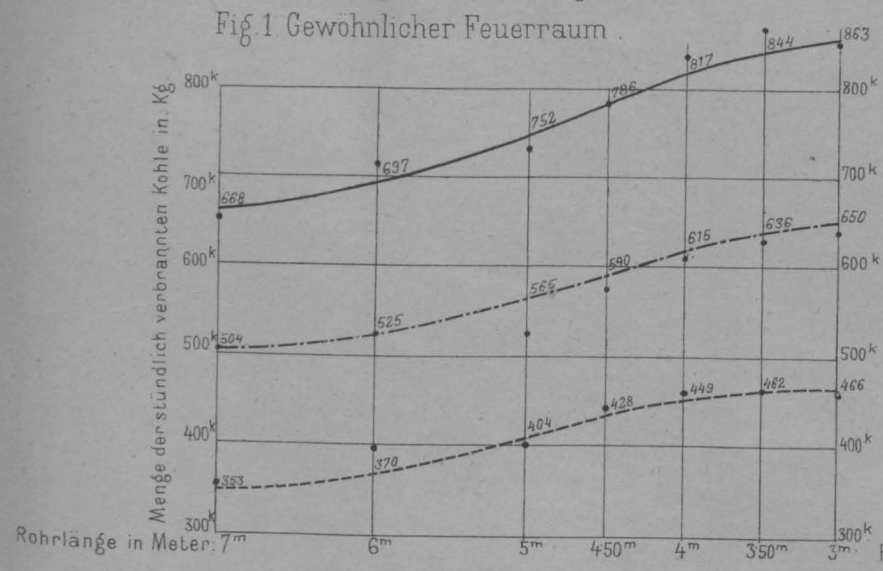


Fig. 9-12. Pro Kilogramm Kohle verdampftes Wasser

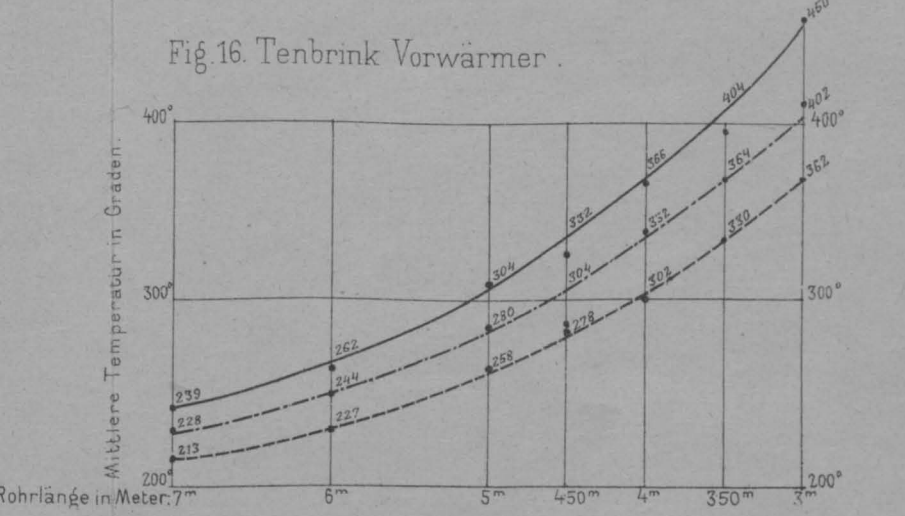
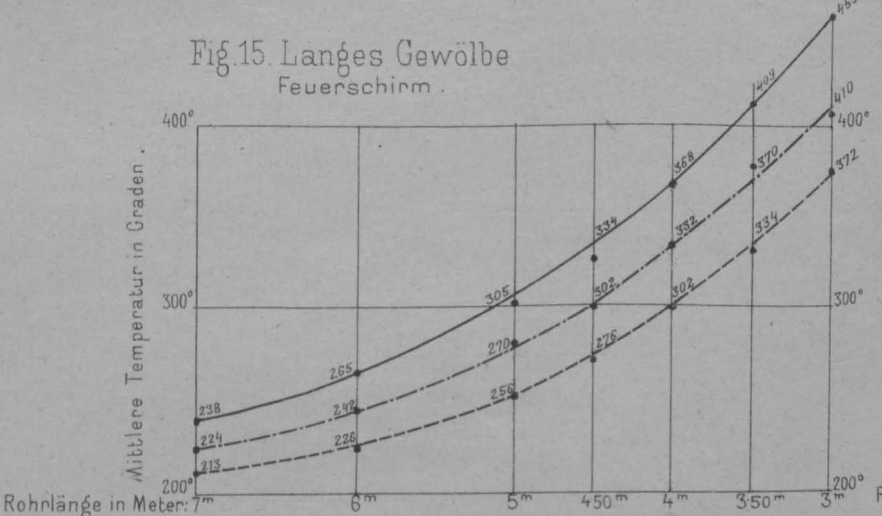
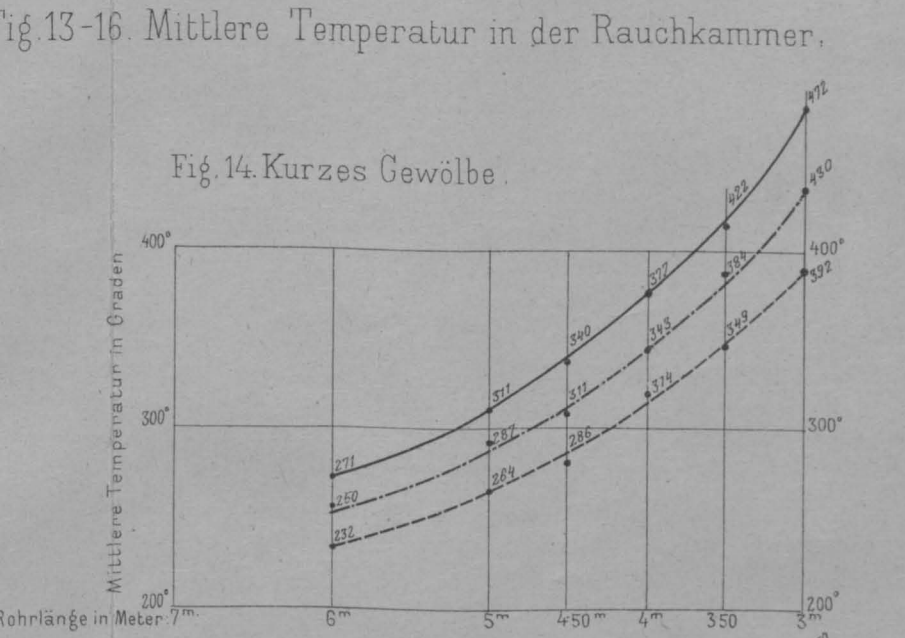
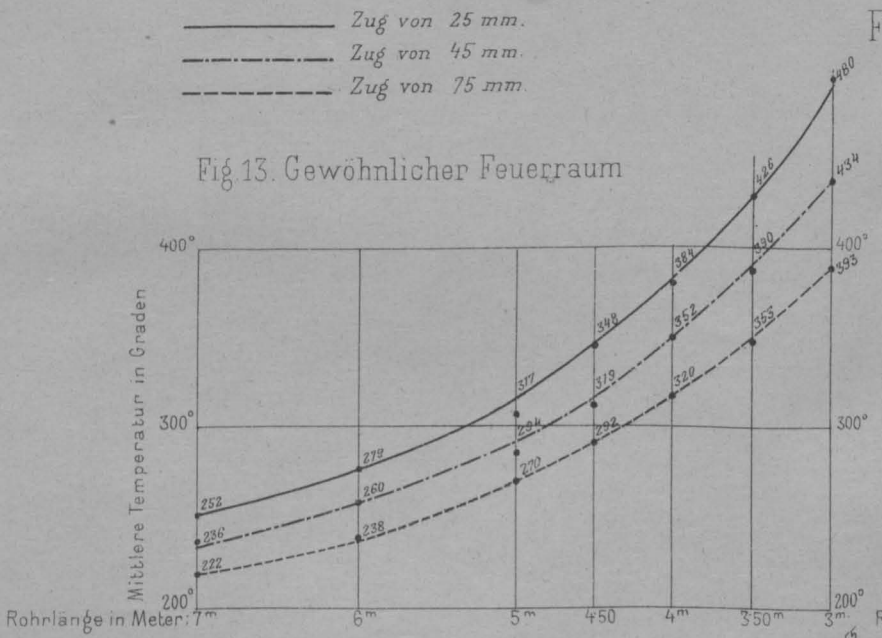
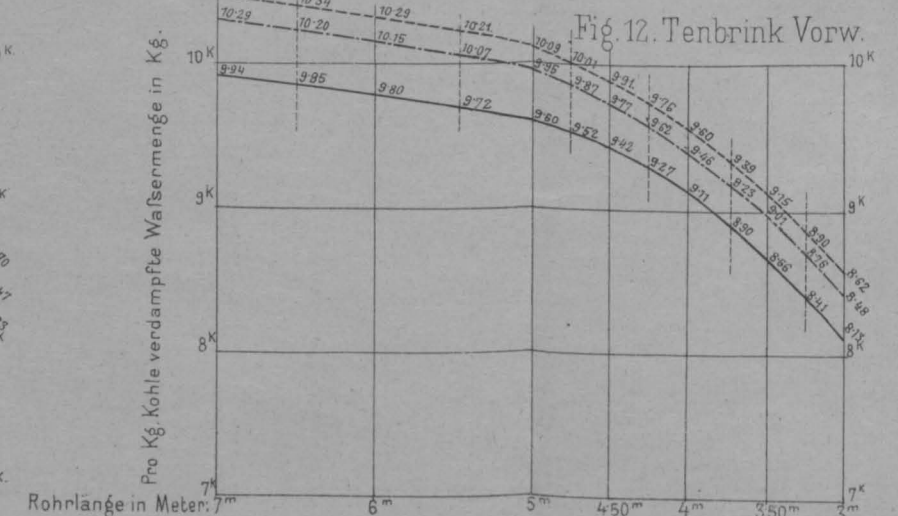
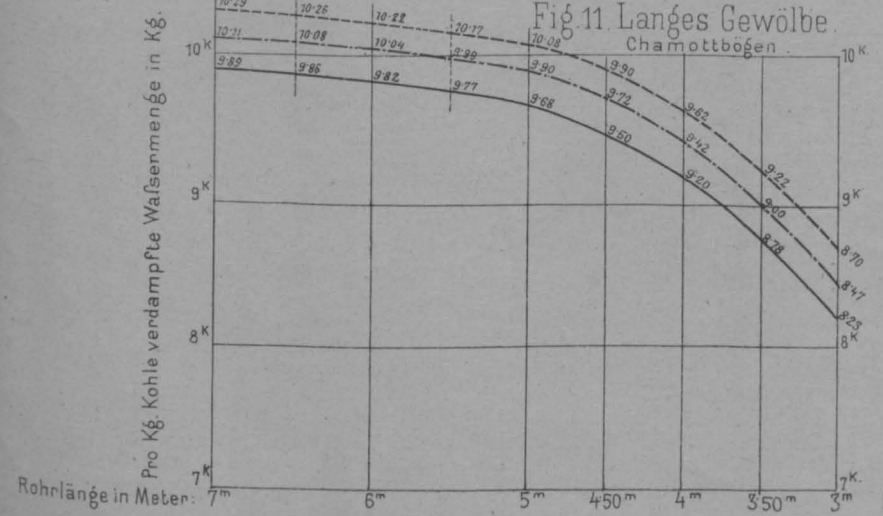
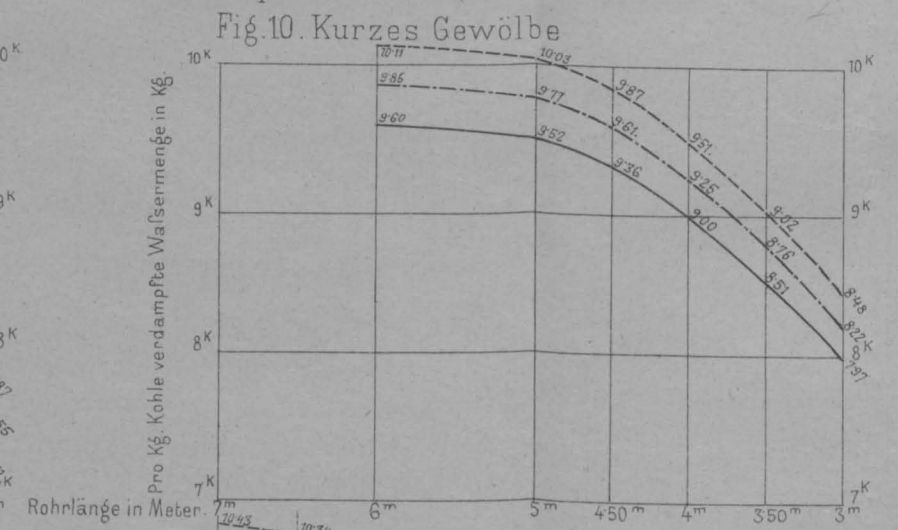
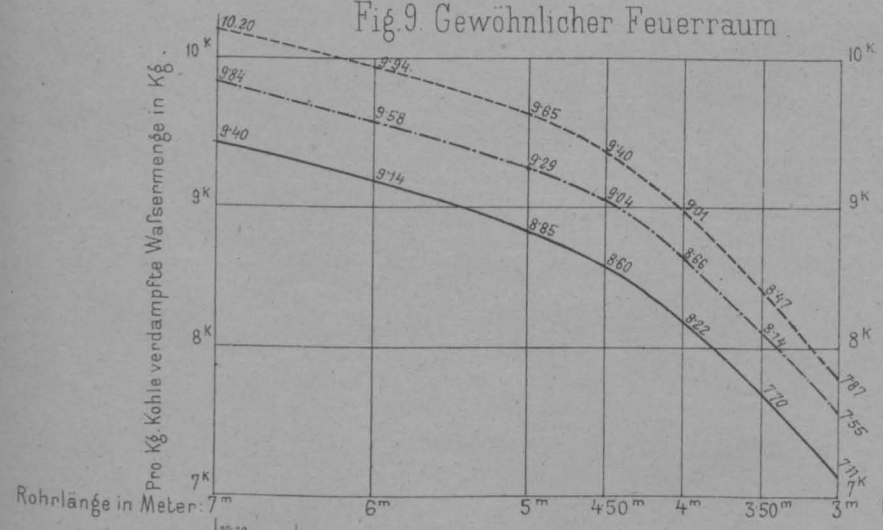




Fig. 1. Ansicht.

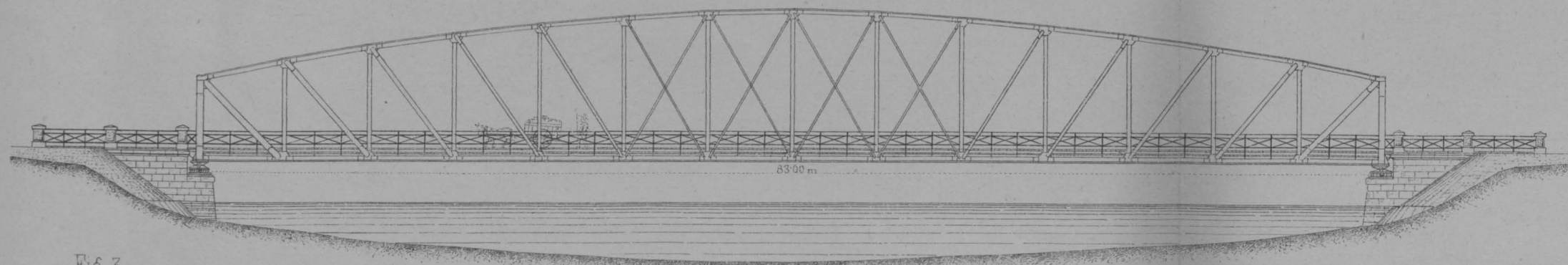
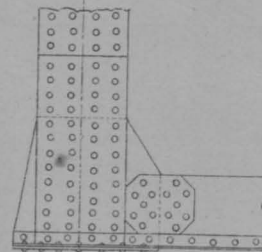


Fig. 3.



Massstab 1:375.

Fig. 2.

Längenschnitt

Ansicht.

Fig. 6 u. 7. Widerlager.  
Fig. 6.

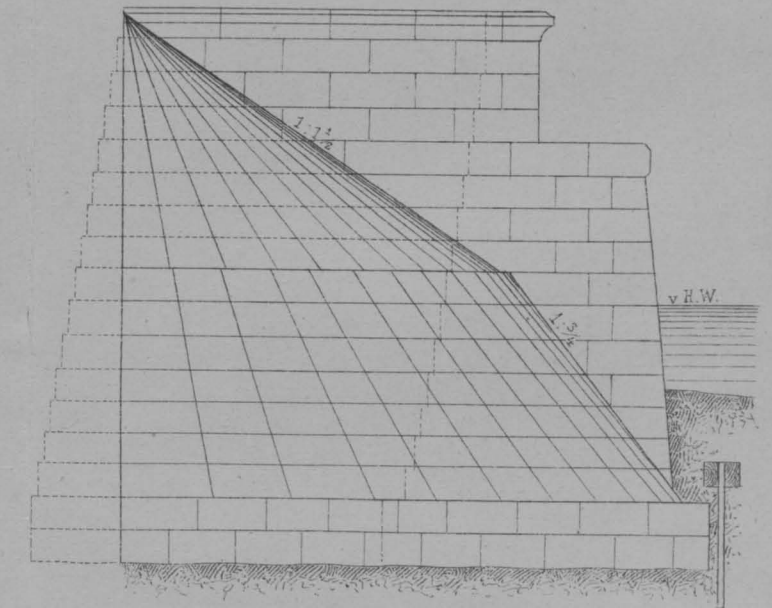
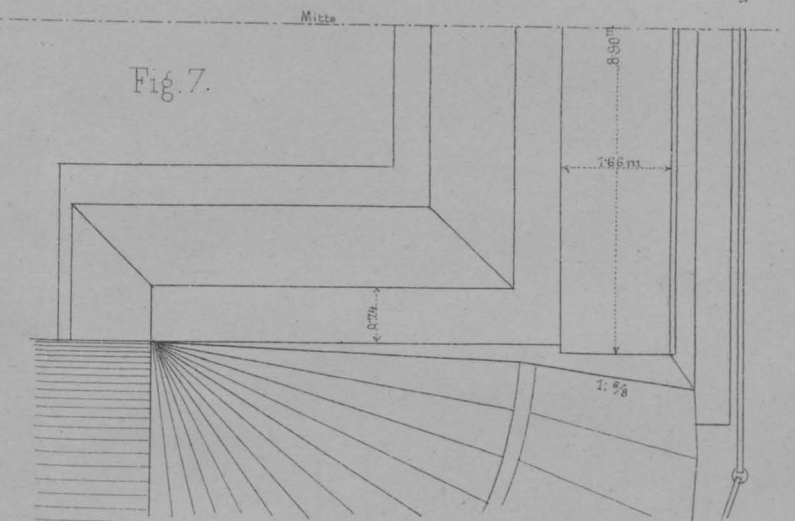
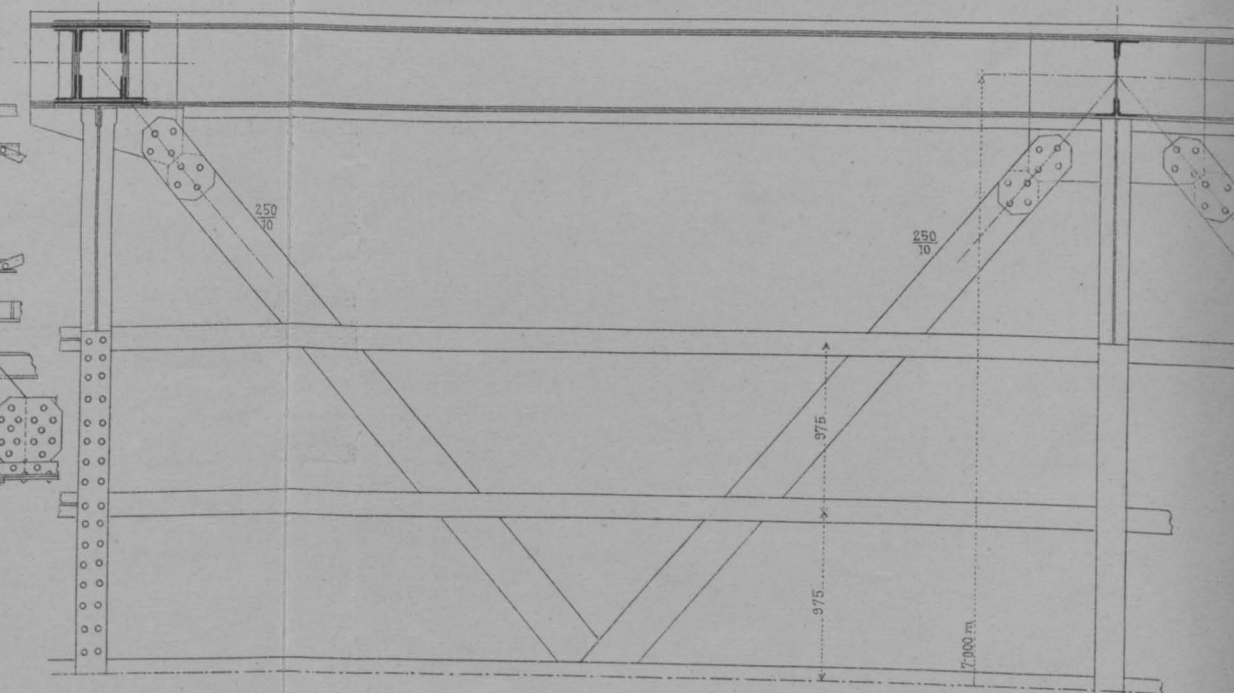


Fig. 7.



Massstab 1:100.

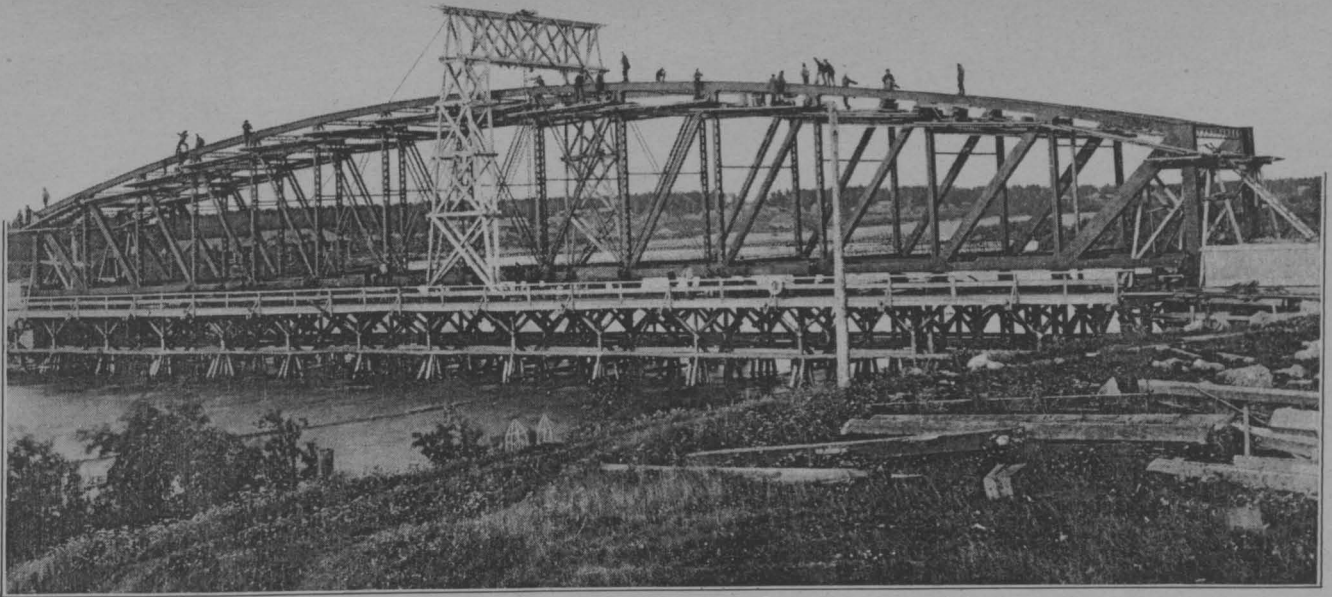
Fig. 5. Horizontalschnitt.



Massstab für die Fig. 2-5 : 24 mm = 1 m.

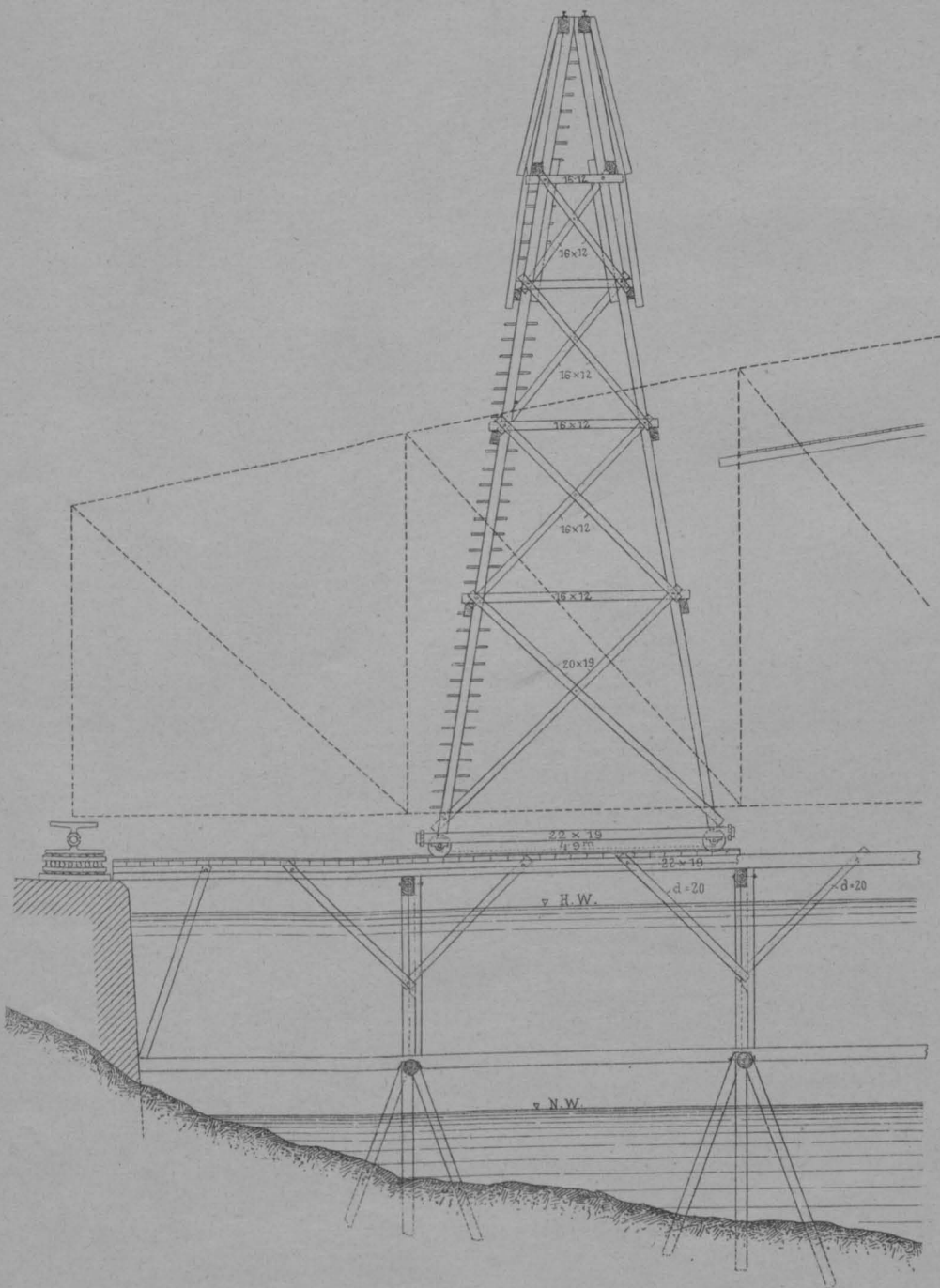






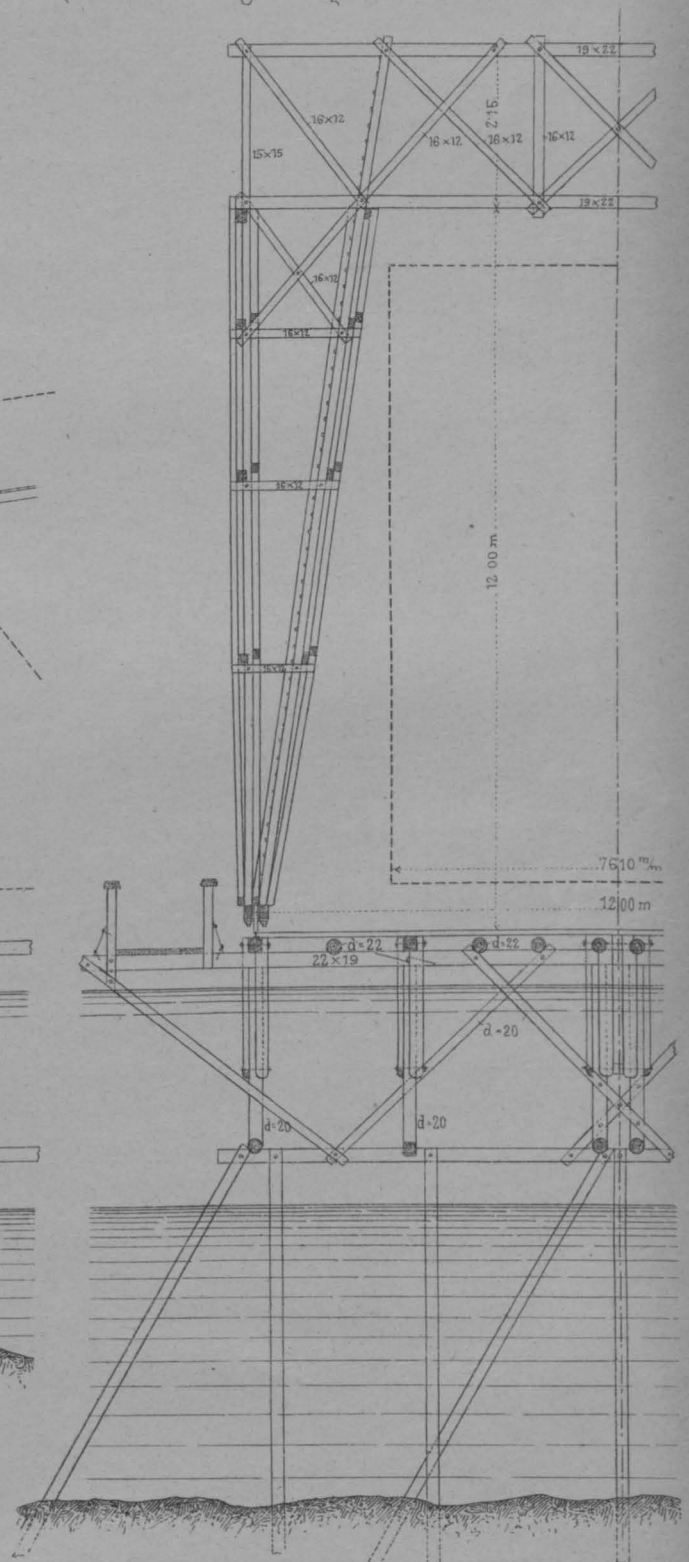
Montirungsgerüste.

Fig. 9. Ansicht.



Massstab 1:125.

Fig. 10. Querschnitt.





# TAFEL zur GRAFISCHEN AUFLÖSUNG DER GLEICHUNGEN.

